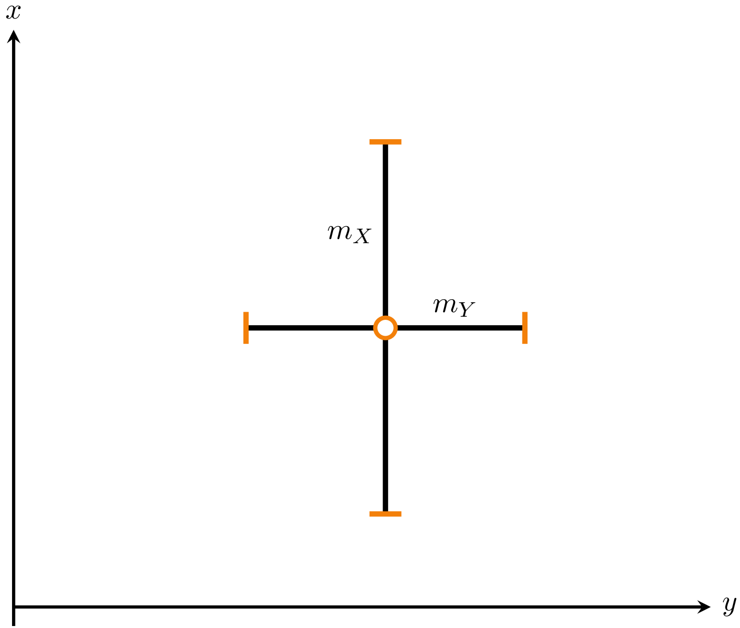
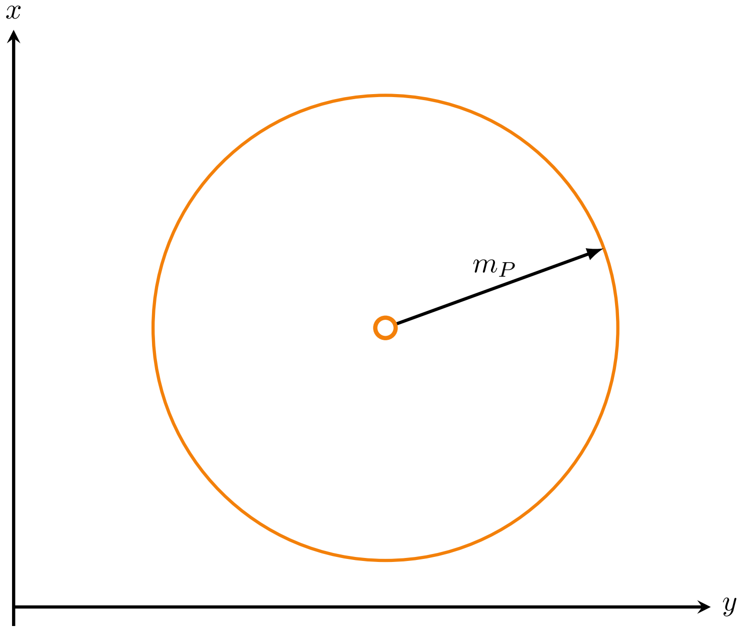
Elipsy błędów

ostatnia aktualizacja
17 grudnia 2019

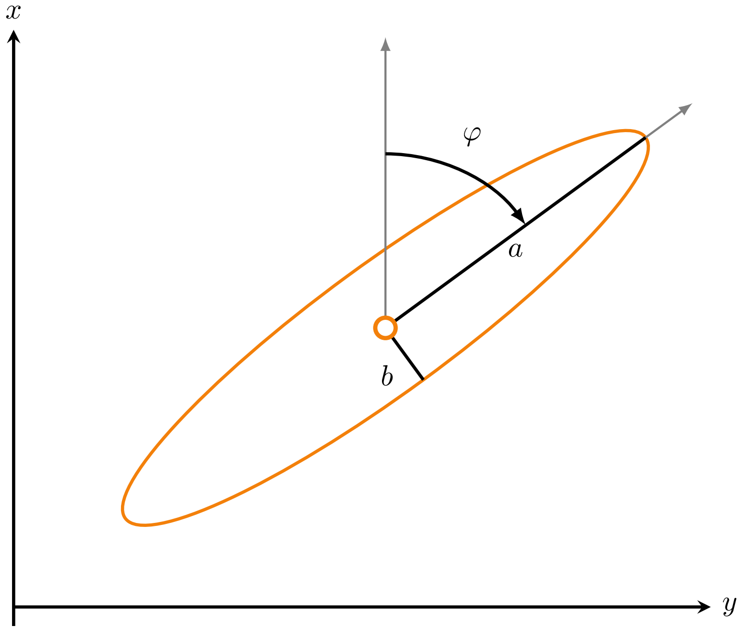
Błąd składowych punktu

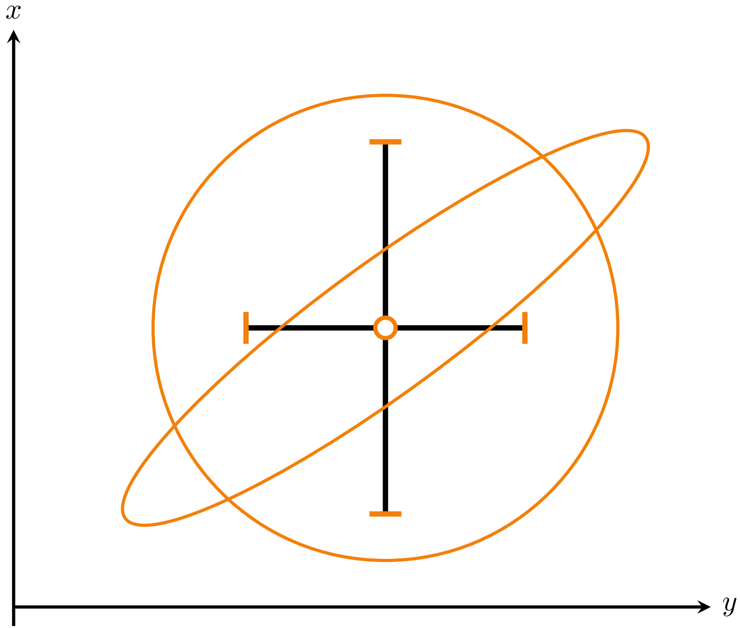


Błąd położenia punktu



Elipsa błędów





x
y

Błędy średnie składowych punktu

Z macierzy kowariancyjnej $C_{\hat{X}}$

$$\begin{bmatrix} m^2_{\hat{X}_1} & \mathrm{cov}(\hat{X}_1, \hat{Y}_1) & \dots & \mathrm{cov}(\hat{X}_1, \hat{X}_r) & \mathrm{cov}(\hat{X}_1, \hat{Y}_r) \\ \mathrm{cov}(\hat{Y}_1, \hat{X}_1) & m^2_{\hat{Y}_1} & \dots & \mathrm{cov}(\hat{Y}_1, \hat{X}_r) & \mathrm{cov}(\hat{X}_2, \hat{Y}_r) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathrm{cov}(\hat{X}_r, \hat{X}_1) & \mathrm{cov}(\hat{X}_r, \hat{Y}_1) & \dots & m^2_{\hat{X}_r} & \mathrm{cov}(\hat{X}_r, \hat{Y}_r) \\ \mathrm{cov}(\hat{Y}_r, \hat{X}_1) & \mathrm{cov}(\hat{Y}_r, \hat{Y}_1) & \dots & \mathrm{cov}(\hat{Y}_r, \hat{X}_r) & m^2_{\hat{Y}_r} \end{bmatrix}$$

mamy błędy średnie składowych X i Y dla każdego punktu, który wyrównujemy, $m_{\hat{X}_i}$, $m_{\hat{Y}_i}$.

Błąd położenia punktu

Z macierzy kowariancyjnej $C_{\hat{X}}$

$$\begin{bmatrix} m^2_{\hat{X}_1} & \mathrm{cov}(\hat{X}_1, \hat{Y}_1) & \dots & \mathrm{cov}(\hat{X}_1, \hat{X}_r) & \mathrm{cov}(\hat{X}_1, \hat{Y}_r) \\ \mathrm{cov}(\hat{Y}_1, \hat{X}_1) & m^2_{\hat{Y}_1} & \dots & \mathrm{cov}(\hat{Y}_1, \hat{X}_r) & \mathrm{cov}(\hat{X}_2, \hat{Y}_r) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathrm{cov}(\hat{X}_r, \hat{X}_1) & \mathrm{cov}(\hat{X}_r, \hat{Y}_1) & \dots & m^2_{\hat{X}_r} & \mathrm{cov}(\hat{X}_r, \hat{Y}_r) \\ \mathrm{cov}(\hat{Y}_r, \hat{X}_1) & \mathrm{cov}(\hat{Y}_r, \hat{Y}_1) & \dots & \mathrm{cov}(\hat{Y}_r, \hat{X}_r) & m^2_{\hat{Y}_r} \end{bmatrix}$$

mamy błędy średnie składowych X i Y dla każdego punktu, który wyrównujemy, a stąd błąd położenia punktu,

$$m_{P_i} = \sqrt{m^2_{\hat{X}_i} + m^2_{\hat{Y}_i}}.$$

Elipsy ufności

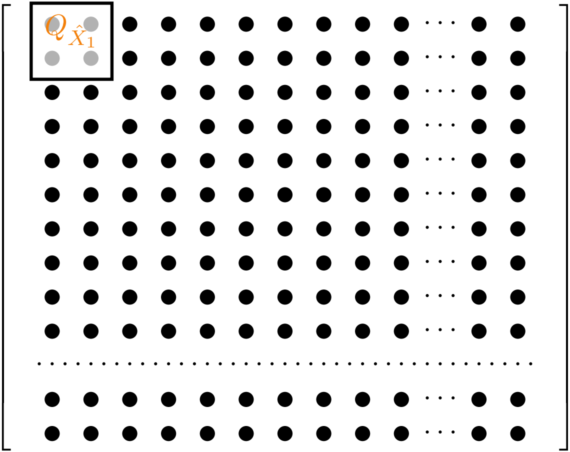
Elipsy ufności poszczególnych punktów to przypadek szczególny w teori hiperelipsoidy ufności. Obliczenie elips na podstawie macierzy kofaktorów,

$$Q_{\hat{X}} = (A^{\mathrm{T}}PA)^{-1} = \begin{bmatrix}
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet \\
\hdotsfor{13} \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet \\
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \cdots & \bullet & \bullet
\end{bmatrix}$$

Elipsy ufności

Elipsy ufności poszczególnych punktów to przypadek szczególny w teori hiperelipsoidy ufności. Obliczenie elips na podstawie macierzy kofaktorów,

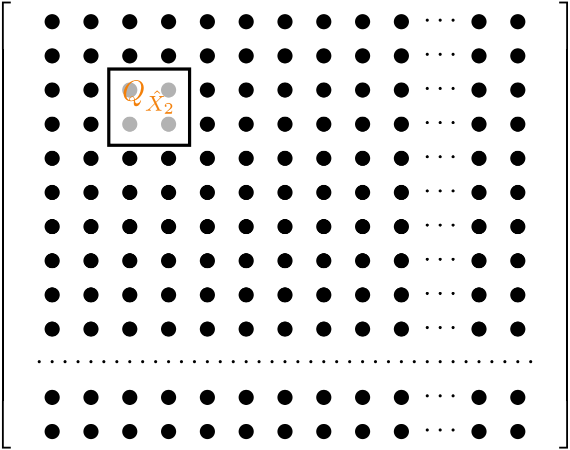
$$Q_{\hat{X}} = (A^{\mathrm{T}}PA)^{-1} =$$



Elipsy ufności

Elipsy ufności poszczególnych punktów to przypadek szczególny w teori hiperelipsoidy ufności. Obliczenie elips na podstawie macierzy kofaktorów,

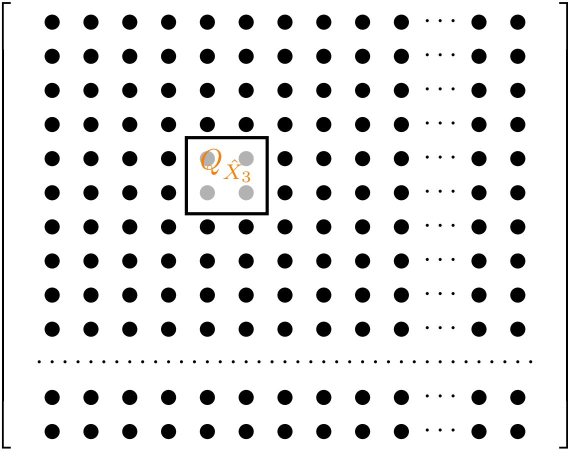
$$Q_{\hat{X}} = (A^{\mathrm{T}}PA)^{-1} =$$



Elipsy ufności

Elipsy ufności poszczególnych punktów to przypadek szczególny w teori hiperelipsoidy ufności. Obliczenie elips na podstawie macierzy kofaktorów,

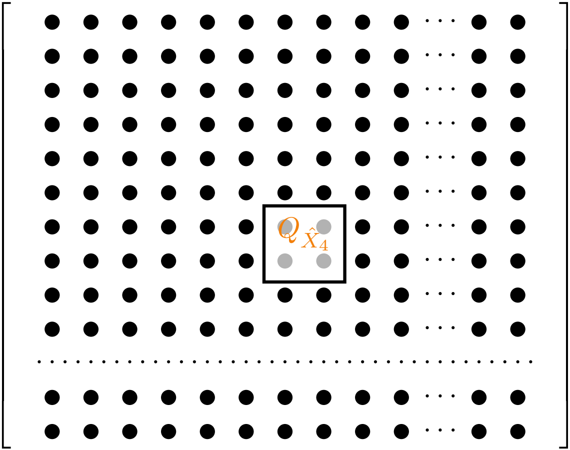
$$Q_{\hat{X}} = (A^{\mathrm{T}}PA)^{-1} =$$



Elipsy ufności

Elipsy ufności poszczególnych punktów to przypadek szczególny w teori hiperelipsoidy ufności. Obliczenie elips na podstawie macierzy kofaktorów,

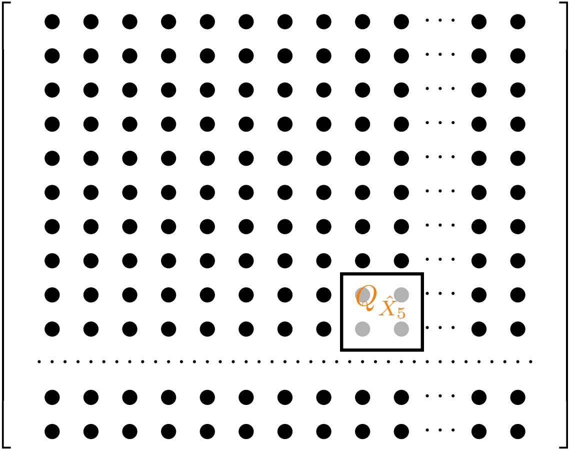
$$Q_{\hat{X}} = (A^{\mathrm{T}}PA)^{-1} =$$



Elipsy ufności

Elipsy ufności poszczególnych punktów to przypadek szczególny w teori hiperelipsoidy ufności. Obliczenie elips na podstawie macierzy kofaktorów,

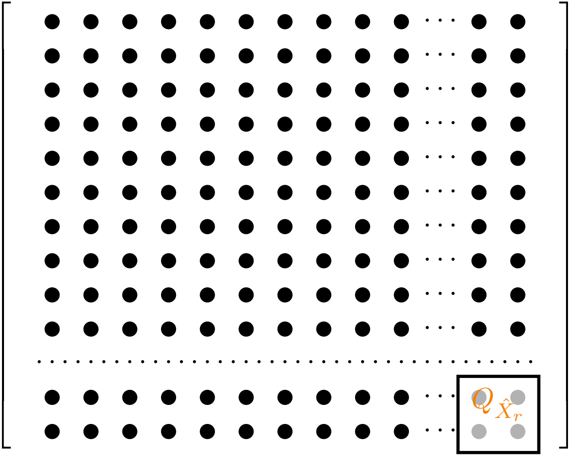
$$Q_{\hat{X}} = (A^{\mathrm{T}}PA)^{-1} =$$



Elipsy ufności

Elipsy ufności poszczególnych punktów to przypadek szczególny w teori hiperelipsoidy ufności. Obliczenie elips na podstawie macierzy kofaktorów,

$$Q_{\hat{X}} = (A^{\mathrm{T}} P A)^{-1} =$$



Dla każdego punktu możemy znaleźć odpowiedni element 2×2

$$Q_{\hat{X}_i} = \begin{bmatrix} Q_{\hat{X}_i} & Q_{\hat{X}_i Y_i} \\ Q_{\hat{Y}_i X_i} & Q_{\hat{Y}_i} \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Dla każdego punktu możemy znaleźć odpowiedni element 2×2

$$Q_{\hat{X}_i} = \begin{bmatrix} Q_{\hat{X}_i} & Q_{\hat{X}_i Y_i} \\ Q_{\hat{Y}_i X_i} & Q_{\hat{Y}_i} \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Długości półosi oblicza się następująco,

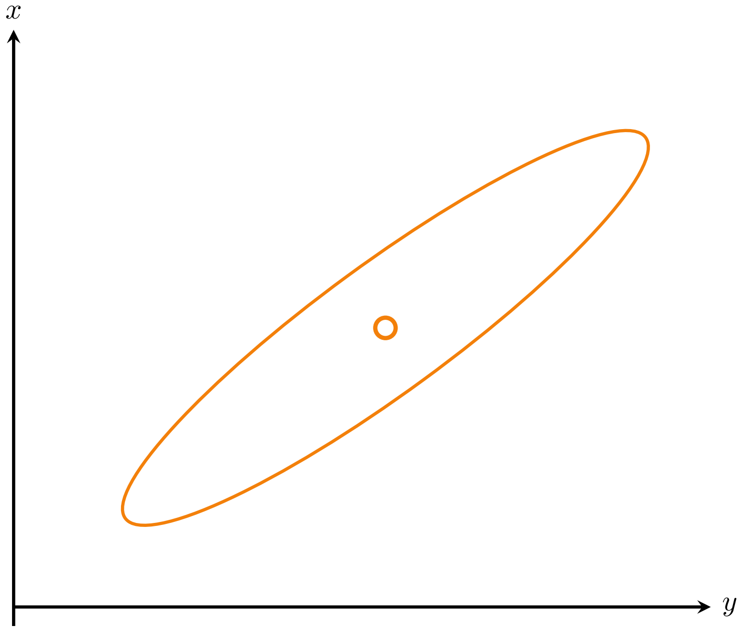
$$a = \hat{\sigma}_0 \cdot \sqrt{2\lambda_1 \cdot F_\gamma} \tag{2}$$

$$b = \hat{\sigma}_0 \cdot \sqrt{2\lambda_2 \cdot F_\gamma}, \tag{3}$$

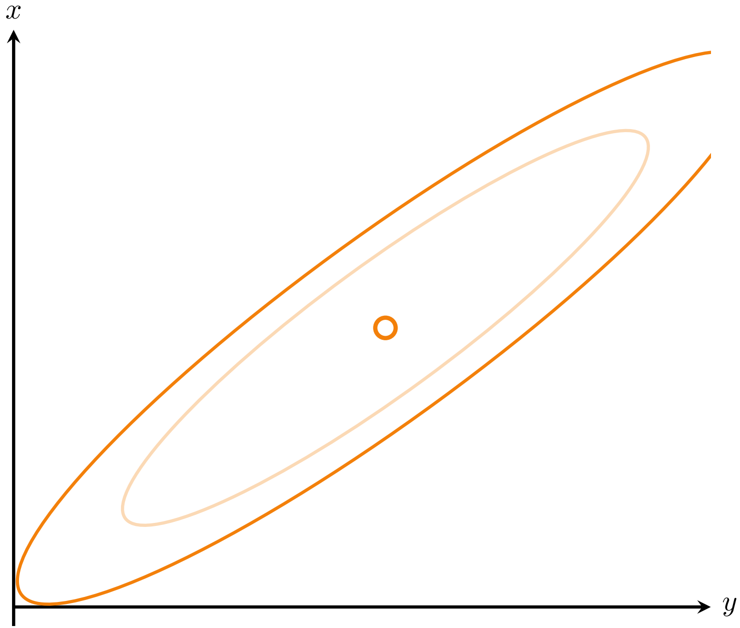
gdzie λ to wartość własna macierzy Q_i.
F_γ jest związane z poziomem ufności (γ) i jest wartością wynikająca z rozkładu F. Gdy $F = 1$ to mówimy o elipsie błędu średniego. Kąt skręcenia półosi a względem osi X układu płaskiego liczymy według,

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2 \cdot Q_{\hat{X}_i Y_i}}{Q_{\hat{X}_i} - Q_{\hat{Y}_i}} \right) \tag{4}$$

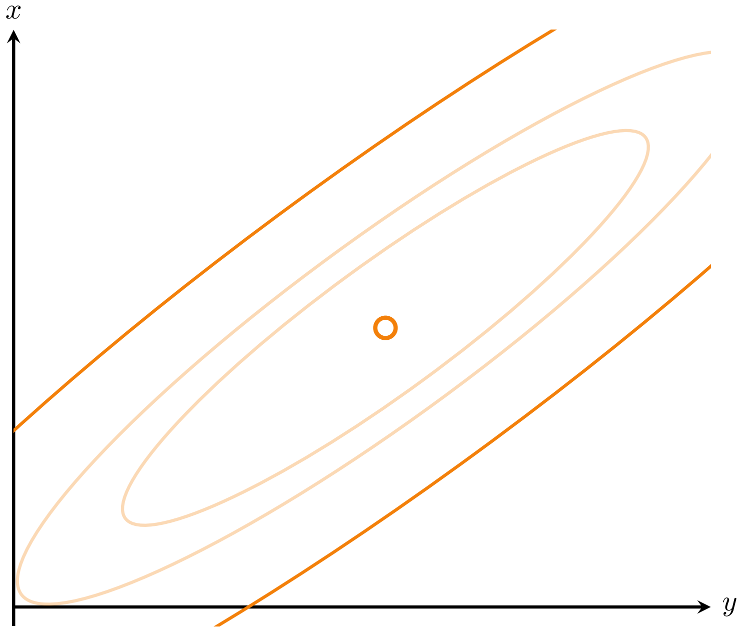
Poziom ufności $\gamma = 0.38$



Poziom ufności $\gamma = 0.50$



Poziom ufności $\gamma = 0.95$



Poziom ufności $\gamma = 0.10$