Metoda warunkowa cd.

Metoda warunkowa, równania korelat:

$$\vec{\Psi}(\vec{Y}) = \vec{0} = \begin{cases} \Psi_1(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n) \\ \Psi_2(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n) \\ \vdots \\ \Psi_f(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n) \end{cases} , \qquad (1)$$

f – liczba obserwacji nadliczbowych.

Metoda warunkowa cd.

Metoda warunkowa, równania korelat:

$$\vec{\Psi}(\vec{y}+\vec{v}) = \vec{0} = \begin{cases} \Psi_1(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \\ \Psi_2(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \\ \vdots \\ \Psi_f(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \end{cases} , \qquad (1)$$

f – liczba obserwacji nadliczbowych.

Metoda warunkowa cd.

Metoda warunkowa, równania korelat:

$$\vec{\Psi}(\vec{y}+\vec{v}) = \vec{0} = \begin{cases} \Psi_1(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \\ \Psi_2(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \\ \vdots \\ \Psi_f(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \end{cases}, \qquad (1)$$

f – liczba obserwacji nadliczbowych.

$$\vec{\Psi}(\vec{Y}) = \vec{\Psi}(\vec{y}+\vec{V}) \qquad (2)$$

Metoda warunkowa cd.

Metoda warunkowa, równania korelat:

$$\vec{\Psi}(\vec{y}+\vec{v}) = \vec{0} = \begin{cases} \Psi_1(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \\ \Psi_2(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \\ \vdots \\ \Psi_f(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \end{cases}, \qquad (1)$$

f – liczba obserwacji nadliczbowych.

$$\vec{\Psi}(\vec{Y}) = \vec{\Psi}(\vec{y}+\vec{V}) = \Psi(\vec{y}) + \left.\frac{\partial \Psi}{\partial \vec{y}}\right|_{\vec{y}=\vec{y}^{ob}} \cdot \vec{V} \qquad (2)$$

Metoda warunkowa cd.

Metoda warunkowa, równania korelat:

$$\vec{\Psi}(\vec{y}+\vec{v}) = \vec{0} = \begin{cases} \Psi_1(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \\ \Psi_2(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \\ \vdots \\ \Psi_f(y_1+v_1, y_2+v_2, \ldots, y_n+v_n) \end{cases}, \qquad (1)$$

f – liczba obserwacji nadliczbowych.

$$\vec{\Psi}(\vec{Y}) = \vec{\Psi}(\vec{y}+\vec{V}) = \Psi(\vec{y}) + \left.\frac{\partial\Psi}{\partial\vec{y}}\right|_{\vec{y}=\vec{y}^{ob}} \cdot \vec{V} = B \cdot \vec{V} + \Delta \qquad (2)$$

$$BV + \Delta = 0 \tag{3}$$

B – macierz współczynników przy poprawkach, Δ – wektor wyrazów wolnych.

$$B = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi_1(Y)}{\partial Y_1} & \frac{\partial \Psi_1(Y)}{\partial Y_2} & \dots & \frac{\partial \Psi_1(Y)}{\partial Y_n} \\ \frac{\partial \Psi_2(Y)}{\partial Y_1} & \frac{\partial \Psi_2(Y)}{\partial Y_2} & \dots & \frac{\partial \Psi_2(Y)}{\partial Y_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \Psi_f(Y)}{\partial Y_1} & \frac{\partial \Psi_f(Y)}{\partial Y_2} & \dots & \frac{\partial \Psi_f(Y)}{\partial Y_n} \end{bmatrix}_{Y=y}$$

$$\Delta = \Psi(\vec{y}) = \begin{bmatrix} \Psi_1(\vec{y}) \\ \Psi_2(\vec{y}) \\ \dots \\ \Psi_f(\vec{y}) \end{bmatrix}_{Y=y}$$

Równanie 3 jest spełnione w szczególnym przypadku, gdy mamy obserwacje bezbłędne i $\vec{V}$ oraz Δ są wektorem zer. Rozwiązanie ogólne wymaga wprowadzenia wektora korelat ($\vec{\kappa} \neq \vec{0}$).

$$\kappa^{\mathrm{T}}(BV + \Delta) = 0. \tag{4}$$

Ponownie nakładając warunek minimalizacji sumy wagowanych poprawek otrzymujemy rozwiązanie

$$\hat{\kappa} = -(BP^{-1}B^{\mathrm{T}})^{-1}\Delta. \tag{5}$$

Mając wektor korelat obliczamy wektor poprawek

$$\hat{V} = -P^{-1}B^{\mathrm{T}}(BP^{-1}B^{\mathrm{T}})^{-1}\Delta. \tag{6}$$

Mając wektor poprawek łatwo obliczyć wektor obserwacji wyrównanych.

Ocena dokładności

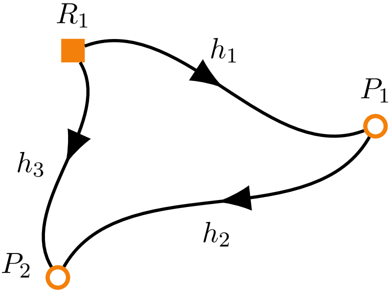
$$C_{\Delta} = \sigma_0^2 B P^{-1} B^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

$$C_{\hat{\kappa}} = \sigma_0^2 (B P^{-1} B^{\mathrm{T}})^{-1} \tag{8}$$

$$C_{\hat{V}} = \sigma_0^2 P^{-1} B^{\mathrm{T}} (B P^{-1} B^{\mathrm{T}})^{-1} B P^{-1} \tag{9}$$

$$C_{\hat{Y}} = \sigma_0^2 \left[P^{-1} - P^{-1} B^{\mathrm{T}} (B P^{-1} B^{\mathrm{T}})^{-1} B P^{-1} \right] \tag{10}$$

Przykład



Dane:

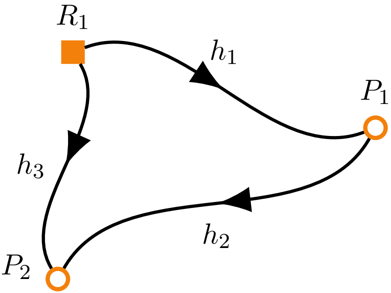
$$H_R = 1{,}00\,\mathrm{m}$$

$$h_1 = 1{,}04\,\mathrm{m} \quad m_1 = 2\,\mathrm{cm}$$

$$h_2 = 2{,}05\,\mathrm{m} \quad m_2 = 2\,\mathrm{cm}$$

$$h_3 = 3{,}03\,\mathrm{m} \quad m_3 = 4\,\mathrm{cm}$$

Przykład



Dane:

$$H_R = 1{,}00\,\mathrm{m}$$

$$h_1 = 1{,}04\,\mathrm{m} \quad m_1 = 2\,\mathrm{cm}$$

$$h_2 = 2{,}05\,\mathrm{m} \quad m_2 = 2\,\mathrm{cm}$$

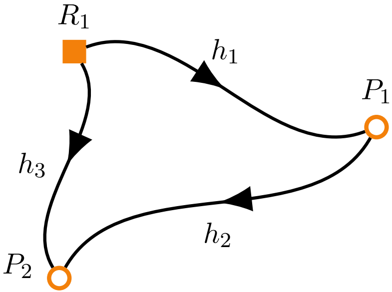
$$h_3 = 3{,}03\,\mathrm{m} \quad m_3 = 4\,\mathrm{cm}$$

Metoda parametryczna

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} -H_R - h_1 \\ -h_2 \\ -H_R - h_3 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} m_1^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & m_2^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & m_3^{-2} \end{bmatrix}$$

$$X = -(A^{\mathrm{T}}PA)^{-1} \cdot (A^{\mathrm{T}}PL) = \begin{bmatrix} 2{,}03\,\mathrm{m} \\ 4{,}07\,\mathrm{m} \end{bmatrix}, \quad h^w = \begin{bmatrix} 1{,}03\,\mathrm{m} \\ 2{,}04\,\mathrm{m} \\ 3{,}07\,\mathrm{m} \end{bmatrix}, \quad \sigma_0 = 1,22$$

Przykład



Dane:

$$H_R = 1{,}00\,\mathrm{m}$$

$$h_1 = 1{,}04\,\mathrm{m} \quad m_1 = 2\,\mathrm{cm}$$

$$h_2 = 2{,}05\,\mathrm{m} \quad m_2 = 2\,\mathrm{cm}$$

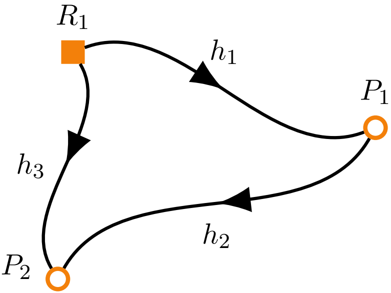
$$h_3 = 3{,}03\,\mathrm{m} \quad m_3 = 4\,\mathrm{cm}$$

Metoda warunkowa

Nadliczbowość w tej sieci (patrz poprzedni wykład)

$$f = n - r + d = 1$$

Przykład



Dane:

$$H_R = 1{,}00\,\mathrm{m}$$

$$h_1 = 1{,}04\,\mathrm{m} \quad m_1 = 2\,\mathrm{cm}$$

$$h_2 = 2{,}05\,\mathrm{m} \quad m_2 = 2\,\mathrm{cm}$$

$$h_3 = 3{,}03\,\mathrm{m} \quad m_3 = 4\,\mathrm{cm}$$

Metoda warunkowa

Nadliczbowość w tej sieci (patrz poprzedni wykład)

$$f = n - r + d = 1$$

Jedno równanie warunkowe

$$h_1 + h_2 - h_3 = 0$$

Rozpisując równanie przy pomocy poprawek:

$$h_1^{ob} + v_1 + h_2^{ob} + v_2 - h_3^{ob} - v_3 = 0,$$

lub

$$v_1 + v_2 - v_3 + h_1^{ob} + h_2^{ob} - h_3^{ob} = 0.$$

Pamiętając, że należy ułożyć układ równań

$$BV + \Delta = 0,$$

otrzymujemy

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \Delta = 6\,\mathrm{cm}.$$

P wygląda identycznie jak w metodzie parametrycznej
Z wzoru 5 otrzymujemy

$$\hat{\kappa} = -(BP^{-1}B^{\mathrm{T}})^{-1} \cdot \Delta = -25\,\mathrm{m}^{-1},$$

a z wzoru 6

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} -1\,\mathrm{cm} \\ -1\,\mathrm{cm} \\ +4\,\mathrm{cm} \end{bmatrix}$$

Rozwiązanie

$$\hat{Y} = y + \hat{V} = \begin{bmatrix} 1{,}03\,\mathrm{m} \\ 2{,}04\,\mathrm{m} \\ 3{,}07\,\mathrm{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{h}_1 \\ \hat{h}_2 \\ \hat{h}_3 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_0 = 1{,}22$$

Kontrola równań waruknowych

$$\Psi(Y) = 0 = \hat{h}_1 + \hat{h}_2 - \hat{h}_3 = 0$$

Wartości wysokości

$$H_{P1} = H_R + \hat{h}_1 = 2{,}03\,\mathrm{m}$$
$$H_{P2} = H_R + \hat{h}_3 = 4{,}07\,\mathrm{m}$$

Macierz kowariancyjna obserwacji obliczona wg wzoru 10, a błędy wysokości punktów można policzyć jako błędy funkcji.

Rozwiązanie

$$\hat{Y} = y + \hat{V} = \begin{bmatrix} 1{,}03\,\mathrm{m} \\ 2{,}04\,\mathrm{m} \\ 3{,}07\,\mathrm{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{h}_1 \\ \hat{h}_2 \\ \hat{h}_3 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_0 = 1{,}22$$

Kontrola równań waruknowych

$$\Psi(Y) = 0 = \hat{h}_1 + \hat{h}_2 - \hat{h}_3 = 0$$

Wartości wysokości

$$H_{P1} = H_R + \hat{h}_1 = 2{,}03\,\mathrm{m}$$
$$H_{P2} = H_R + \hat{h}_3 = 4{,}07\,\mathrm{m}$$

Macierz kowariancyjna obserwacji obliczona wg wzoru 10, a błędy wysokości punktów można policzyć jako błędy funkcji. Wszyskie wyniki identyczne jak w metodzie parametrycznej!