

Imię i Nazwisko: _____

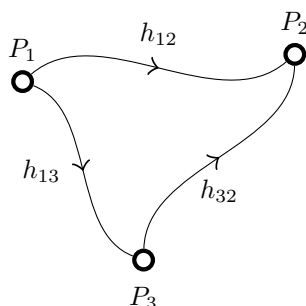
Egzamin z rachunku wyrównawczego (z elementami informatyki) – termin 1, 2022.02.07

Pytanie	1	2	3	4	5	Suma
Punkty	2	2	4	4	6	18
Wynik						

- (2p.) Krótko przedstaw interpretację graficzną (wynikającą z algebry liniowej) Metody Najmniejszych Kwadratów.
- (2p.) Jaka jest funkcja celu w Metodzie Najmniejszych Kwadratów a) w przypadku obserwacji jednakowo dokładnych i b) w przypadku obserwacji niejednakowo dokładnych?
- (4p.) Macierz kowariancji C wyników pomiarów kątów α, β, γ w pewnym trójkącie ma postać:

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 9 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} [\text{cc}^2]$$

- Obliczyć błędy średnie dwóch funkcji: różnicy pomiarów kątów α i β oraz różnicy pomiarów kątów β i γ ;
 - Obliczyć współczynnik korelacji między wynikami pomiarów kątów β i γ .
4. (4p.)



W sieci niwelacyjnej przedstawionej na rysunku pomierzono wartości trzech przewyższeń (h_{12} , h_{13} oraz h_{32}), natomiast nie nawiązano się do żadnego punktu o znanej wysokości.

- Czy można metodą pośredniczącą wyrównać pomierzone przewyższenia? (Jeżeli tak to w jaki sposób?)
 - Czy można metodą warunkową wyrównać pomierzone przewyższenia?
 - Ile wynosi całkowity defekt, oraz defekt wewnętrzny i zewnętrzny tej sieci?
 - Ile równań warunkowych należy wypisać w tej sieci w przypadku wykorzystania metody warunkowej? Jakie to będą równania?
5. (6p.) W pewnej sieci niwelacyjnej wyznaczano wysokości trzech punktów (o nr 1, 2, 3), na podstawie poniższych obserwacji:

R_P	R_K	h^{obs} [m]
101	2	-8,165
100	1	3,375
3	2	2,961
1	2	7,350
3	1	-4,370

Przybliżone wysokości tych punktów wynosiły odpowiednio $H_1^{prz} = 104,871$ [m], $H_2^{prz} = 112,190$ [m], $H_3^{prz} = 109,229$ [m], a wszystkie obserwacje wykonano z dokładnością 10 mm. W wyniku wyrównania powyższej sieci otrzymano wektor poprawek do wysokości punktów oraz macierz kowariancji wyrównanych wysokości punktów:

$$dH = \begin{bmatrix} -10,0 \\ 10,0 \\ 8,5 \end{bmatrix} [\text{mm}], \quad C_{H_{wyr}} = \begin{bmatrix} 90 & 54 & 72 \\ 54 & 90 & 72 \\ 72 & 72 & 144 \end{bmatrix} [\text{mm}^2]$$

Znając dodatkowo wektor wyrazów wolnych: $L = [0,0 \ 0,0 \ 0,0 \ -31,0 \ 12,0]^T$ [mm] oraz wiedząc, że błąd średni typowego spostrzeżenia (σ_0) wynosi 1,2 obliczyć wyrównane obserwacje i wyrównane wysokości punktów. Podać odpowiednie jednostki.

$$\begin{aligned}
v_{d_{pk}} &= -\cos A_{pk}^0 \cdot \Delta X_p - \sin A_{pk}^0 \cdot \Delta Y_p + \cos A_{pk}^0 \cdot \Delta X_k + \sin A_{pk}^0 \cdot \Delta Y_k + d_{pk}^0 - d_{pk}^{obs} \\
v_{K_{pk}} &= \frac{\Delta Y_{pk}^0}{(d_{pk}^0)^2} \cdot \Delta X_p - \frac{\Delta X_{pk}^0}{(d_{pk}^0)^2} \cdot \Delta Y_p - \frac{\Delta Y_{pk}^0}{(d_{pk}^0)^2} \cdot \Delta X_k + \frac{\Delta X_{pk}^0}{(d_{pk}^0)^2} \cdot \Delta Y_k - \Delta C_p + A_{pk}^0 - C_p^0 - K_{pk}^{obs} \\
v_{\alpha_{pk}} &= \frac{\Delta Y_{cl}^0}{(d_{cl}^0)^2} \cdot \Delta X_l - \frac{\Delta X_{cl}^0}{(d_{cl}^0)^2} \cdot \Delta Y_l - \frac{\Delta Y_{cp}^0}{(d_{cp}^0)^2} \cdot \Delta X_p + \frac{\Delta X_{cp}^0}{(d_{cp}^0)^2} \cdot \Delta Y_p + \left(\frac{\Delta Y_{cp}^0}{(d_{cp}^0)^2} - \frac{\Delta Y_{cl}^0}{(d_{cl}^0)^2} \right) \cdot \Delta X_c + \left(-\frac{\Delta X_{cp}^0}{(d_{cp}^0)^2} + \frac{\Delta X_{cl}^0}{(d_{cl}^0)^2} \right) \cdot \Delta Y_c + \alpha_{lcp}^0 - \alpha_{lcp}^{obs}
\end{aligned}$$

$$a = \hat{\sigma}_0 \cdot \sqrt{2\lambda_1 \cdot F_\gamma}, \quad b = \hat{\sigma}_0 \cdot \sqrt{2\lambda_2 \cdot F_\gamma}, \quad \varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2 \cdot Q_{\hat{X}_i \hat{Y}_i}}{Q_{\hat{X}_i} - Q_{\hat{Y}_i}} \right)$$

$$\hat{C}_{\hat{X}} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot (A^T P A)^{-1}, \quad \hat{C}_{\hat{Y}} = \hat{\sigma}_0^2 \left(P^{-1} - A \cdot (A^T P A)^{-1} A^T \right), \quad \hat{C}_{\hat{h}} = \hat{\sigma}_0^2 \left(A \cdot (A^T P A)^{-1} A^T \right)$$

$$\hat{V} = -P^{-1} B^T (B P^{-1} B^T)^{-1} \Delta.$$