Imię i Nazwisko: ______________________________

Egzamin z rachunku wyrównawczego (z elementami informatyki) – termin 2, 2022.02.14

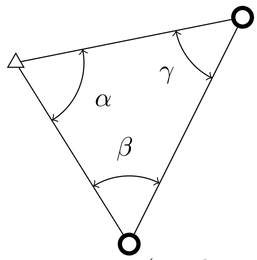
Pytanie	1	2	3	4	Suma
Punkty	3	3	4	4	14
Wynik					

1. (3p.) Macierz kowariancji **C** wyników pomiarów kątów α, β, γ w pewnym trójkącie ma postać:

$$C = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} [\mathrm{cc}^2]$$

- Obliczyć błędy średnie dwóch funkcji: różnicy pomiarów kątów β i α oraz podwojonej sumy pomiarów wszystkich trzech kątów. Oblicz błędy obu funkcji naraz przy pomocy jednego działania macierzowego.
- Obliczyć współczynnik korelacji między wynikami pomiarów kątów β i γ, oraz α i α.
- Które pomiary są niezależne i dlaczego?

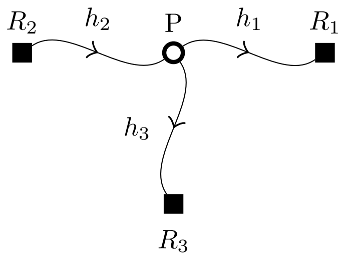
2. (3p.)



W sieci poziomej (z jednym punktem osnowy) przedstawionej na rysunku pomierzono wartości trzech kątów (α, β i γ).

- Czy można metodą warunkową wyrównać pomierzone kąty?
- Ile wynosi całkowity defekt, oraz defekt wewnętrzny i zewnętrzny tej sieci? Ile równań warunkowych należy wypisać w tej sieci w przypadku wykorzystania metody warunkowej? Jakie to będą równania?
- Ile wynosi całkowity defekt, oraz defekt wewnętrzny i zewnętrzny tej sieci, gdybyśmy dodali jedną obserwację długości w tej sieci? Ile równań warunkowych należy wypisać w tej sieci w przypadku wykorzystania metody warunkowej? Jakie to będą równania?

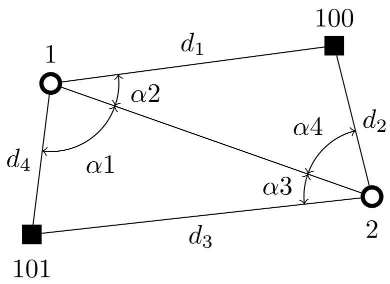
3. (4p.)



H_{R1}=10,235 [m] h_1=$-1,988$ [m]
H_{R2}=14,357 [m] h_2=$-2,131$ [m]
H_{R3}=13,230 [m] h_3= $1,014$ [m]

Mając dane wysokości trzech reperów oraz wartości trzech pomierzonych przewyższeń, oraz wiedząc że pomiar wszystkich przewyższeń jest jednakowo dokładny, znajdź najbardziej prawdopodobną wysokość punktu P stosując metodę parametryczną.

4. (4p.)



Mając dane: szkic sieci, współrzędne punktów stałych 100 i 101, współrzędne przybliżone punktów 1 i 2 oraz obserwacje kątów i odległości a) podać liczbę obserwacji nadliczbowych, ułożyć równania poprawek obserwacyjnych dla obserwacji α_3 i d_3. Równania przedstawić w formie macierzowej (czyli podać wartości dla wierszy w macierzy A i L).

Nr obs.	d_{obs} [m]	α_{obs}[g]	Nr pkt.	$X_{st/prz}$[m]	$Y_{st/prz}$[m]
1	75,662	86,3178	100	200,000	200,000
2	41,229	30,0375	101	150,000	120,000
3	90,550	28,6440	1	190,000	125,000
4	40,306	62,8052	2	160,000	210,000

$$v_{d_{pk}} = -\cos A^0_{pk} \cdot \Delta X_p - \sin A^0_{pk} \cdot \Delta Y_p + \cos A^0_{pk} \cdot \Delta X_k + \sin A^0_{pk} \cdot \Delta Y_k + +d^0_{pk} - d^{obs}_{pk}$$

$$v_{K_{pk}} = \frac{\Delta Y^0_{pk}}{(d^0_{pk})^2} \cdot \Delta X_p - \frac{\Delta X^0_{pk}}{(d^0_{pk})^2} \cdot \Delta Y_p - \frac{\Delta Y^0_{pk}}{(d^0_{pk})^2} \cdot \Delta X_k + \frac{\Delta X^0_{pk}}{(d^0_{pk})^2} \cdot \Delta Y_k - \Delta C_p + A^0_{pk} - C^0_p - K^{obs}_{pk}$$

$$v_{\alpha_{pk}} = \frac{\Delta Y^0_{cl}}{(d^0_{cl})^2} \cdot \Delta X_l - \frac{\Delta X^0_{cl}}{(d^0_{cl})^2} \cdot \Delta Y_l - \frac{\Delta Y^0_{cp}}{(d^0_{cp})^2} \cdot \Delta X_p + \frac{\Delta X^0_{cp}}{(d^0_{cp})^2} \cdot \Delta Y_p + \left(\frac{\Delta Y^0_{cp}}{(d^0_{cp})^2} - \frac{\Delta Y^0_{cl}}{(d^0_{cl})^2} \right) \cdot \Delta X_c + \left(-\frac{\Delta X^0_{cp}}{(d^0_{cp})^2} + \frac{\Delta X^0_{cl}}{(d^0_{cl})^2} \right) \cdot \Delta Y_c + \alpha^0_{lcp} - \alpha^{obs}_{lcp}$$

$$a = \hat{\sigma}_0 \cdot \sqrt{2\lambda_1 \cdot F_\gamma}, \; b = \hat{\sigma}_0 \cdot \sqrt{2\lambda_2 \cdot F_\gamma}, \; \varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2 \cdot Q_{\hat{X}_i \hat{Y}_i}}{Q_{\hat{X}_i} - Q_{\hat{Y}_i}} \right)$$

$$\hat{C}_{\hat{X}} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot (A^{\mathrm{T}} P A)^{-1}, \quad \hat{C}_{\hat{V}} = \hat{\sigma}_0^2 \left(P^{-1} - A \cdot (A^{\mathrm{T}} P A)^{-1} A^{\mathrm{T}} \right), \quad \hat{C}_{\hat{h}} = \hat{\sigma}_0^2 \left(A \cdot (A^{\mathrm{T}} P A)^{-1} A^{\mathrm{T}} \right)$$

$$\hat{V} = -P^{-1} B^{\mathrm{T}} (B P^{-1} B^{\mathrm{T}})^{-1} \Delta.$$