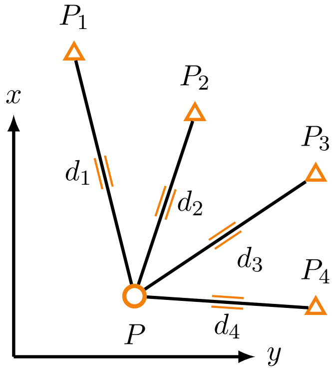
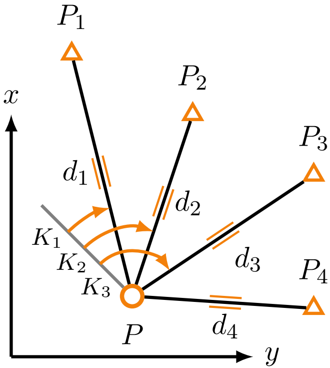
Zadanie – wariant 1



$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ X_3 & Y_3 \\ X_4 & Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1400,200 & 2389,750 \\ 1450,080 & 2550,150 \\ 1359,880 & 2640,360 \\ 1219,960 & 2589,840 \end{bmatrix} \text{[m]}$$

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 151,581 \\ 244,275 \\ 255,235 \\ 182,312 \end{bmatrix} \text{[m]}, \qquad \begin{bmatrix} m_{d_1} \\ m_{d_2} \\ m_{d_3} \\ m_{d_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 15 \\ 15 \\ 12 \end{bmatrix} \text{[mm]}$$

Zadanie – wariant 2

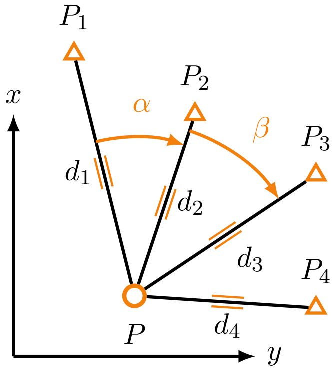


$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ X_3 & Y_3 \\ X_4 & Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1400,200 & 2389,750 \\ 1450,080 & 2550,150 \\ 1359,880 & 2640,360 \\ 1219,960 & 2589,840 \end{bmatrix} \text{[m]}$$

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 151,581 \\ 244,275 \\ 255,235 \\ 182,312 \end{bmatrix} \text{[m]}, \qquad \begin{bmatrix} m_{d_1} \\ m_{d_2} \\ m_{d_3} \\ m_{d_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 15 \\ 15 \\ 12 \end{bmatrix} \text{[mm]}$$

$$\begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20{,}3450^{\,g} \\ 67{,}7770^{\,g} \\ 100{,}5460^{\,g} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} m_{K_1} \\ m_{K_2} \\ m_{K_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10^{\,cc} \\ 10^{\,cc} \\ 10^{\,cc} \end{bmatrix}$$

Zadanie – wariant 3



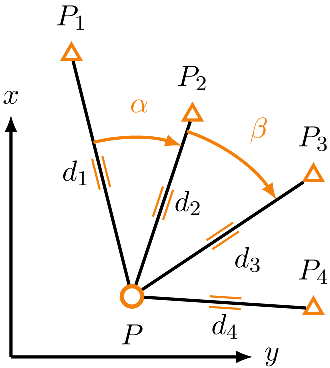
$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ X_3 & Y_3 \\ X_4 & Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1400,200 & 2389,750 \\ 1450,080 & 2550,150 \\ 1359,880 & 2640,360 \\ 1219,960 & 2589,840 \end{bmatrix} \text{[m]}$$

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 151,581 \\ 244,275 \\ 255,235 \\ 182,312 \end{bmatrix} \text{[m]}, \qquad \begin{bmatrix} m_{d_1} \\ m_{d_2} \\ m_{d_3} \\ m_{d_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 15 \\ 15 \\ 12 \end{bmatrix} \text{[mm]}$$

$$\begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20,3450^{\text{g}} \\ 67,7770^{\text{g}} \\ 100,5460^{\text{g}} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} m_{K_1} \\ m_{K_2} \\ m_{K_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10^{\text{cc}} \\ 10^{\text{cc}} \\ 10^{\text{cc}} \end{bmatrix}$$

Używając pseudoobserwacji α i β i zakładając **niezależność** pomiarów obu kątów

Zadanie – wariant 3



$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ X_3 & Y_3 \\ X_4 & Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1400,200 & 2389,750 \\ 1450,080 & 2550,150 \\ 1359,880 & 2640,360 \\ 1219,960 & 2589,840 \end{bmatrix} \text{[m]}$$

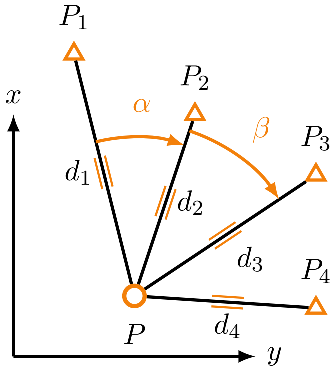
$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 151,581 \\ 244,275 \\ 255,235 \\ 182,312 \end{bmatrix} \text{[m]}, \qquad \begin{bmatrix} m_{d_1} \\ m_{d_2} \\ m_{d_3} \\ m_{d_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 15 \\ 15 \\ 12 \end{bmatrix} \text{[mm]}$$

$$\xcancel{\begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20,3450^{g} \\ 67,7770^{g} \\ 100,5460^{g} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} m_{K_1} \\ m_{K_2} \\ m_{K_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10^{cc} \\ 10^{cc} \\ 10^{cc} \end{bmatrix}}$$

Używając pseudoobserwacji α i β i zakładając **niezależność** pomiarów obu kątów, tzn.

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_2 - K_1 \\ K_3 - K_2 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} m_\alpha \\ m_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{m_{K_1}^2 + m_{K_2}^2} \\ \sqrt{m_{K_2}^2 + m_{K_3}^2} \end{bmatrix}$$

Zadanie – wariant 4



$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ X_3 & Y_3 \\ X_4 & Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1400,200 & 2389,750 \\ 1450,080 & 2550,150 \\ 1359,880 & 2640,360 \\ 1219,960 & 2589,840 \end{bmatrix} \text{[m]}$$

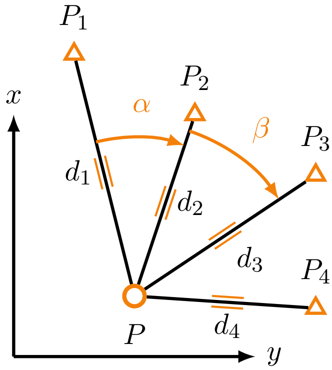
$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 151,581 \\ 244,275 \\ 255,235 \\ 182,312 \end{bmatrix} \text{[m]}, \qquad \begin{bmatrix} m_{d_1} \\ m_{d_2} \\ m_{d_3} \\ m_{d_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 15 \\ 15 \\ 12 \end{bmatrix} \text{[mm]}$$

$$\xcancel{\begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20,3450^{\text{g}} \\ 67,7770^{\text{g}} \\ 100,5460^{\text{g}} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} m_{K_1} \\ m_{K_2} \\ m_{K_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10^{\text{cc}} \\ 10^{\text{cc}} \\ 10^{\text{cc}} \end{bmatrix}}$$

Używając pseudoobserwacji α i β i zakładając **niezależność** pomiarów obu kątów, tzn.

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_2 - K_1 \\ K_3 - K_2 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} m_\alpha \\ m_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{m_{K_1}^2 + m_{K_2}^2} \\ \sqrt{m_{K_2}^2 + m_{K_3}^2} \end{bmatrix}$$

Zadanie – wariant 4



$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ X_3 & Y_3 \\ X_4 & Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1400,200 & 2389,750 \\ 1450,080 & 2550,150 \\ 1359,880 & 2640,360 \\ 1219,960 & 2589,840 \end{bmatrix} \text{[m]}$$

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 151,581 \\ 244,275 \\ 255,235 \\ 182,312 \end{bmatrix} \text{[m]}, \qquad \begin{bmatrix} m_{d_1} \\ m_{d_2} \\ m_{d_3} \\ m_{d_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 15 \\ 15 \\ 12 \end{bmatrix} \text{[mm]}$$

$$\cancel{\begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20,3450^{\text{g}} \\ 67,7770^{\text{g}} \\ 100,5460^{\text{g}} \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} m_{K_1} \\ m_{K_2} \\ m_{K_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10^{\text{cc}} \\ 10^{\text{cc}} \\ 10^{\text{cc}} \end{bmatrix}}$$

Używając pseudoobserwacji α i β **z uwzględnieniem zależności** pomiędzy pomiarami kątów, tzn.

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_2 - K_1 \\ K_3 - K_2 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} m_\alpha \\ m_\beta \end{bmatrix} = ?$$

Podsumowanie: Rozwiązać wszystkie podpunkty zadania w czterech wariantach.

- Wariant 1, używając 4 odległości,
- Wariant 2, używając 4 odległości i 3 kierunków,
- Wariant 3, używając 4 odległości i 2 kątów ($\mathrm{cov}(\alpha, \beta) = 0$)
- Wariant 4, używając 4 odległości i 2 kątów ($\mathrm{cov}(\alpha, \beta)$ z prawa propagacji kowariancji i macierzy kofaktorów pomierzonych kierunków).

Jak uwzględnić zależność pomiędzy kątami w wariancie czwartym?

$$P = Q_i^{-1}$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} m_{d_1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{d_2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{d_3}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{d_4}^2 \end{bmatrix}$$

Jak uwzględnić zależność pomiędzy kątami w wariancie czwartym?

$$P = Q_i^{-1}$$

$$Q_2 = \left[\begin{array}{cccc|ccc}
m_{d_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & m_{d_2}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & m_{d_3}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & m_{d_4}^2 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & m_{k_1}^2 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{k_2}^2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{k_3}^2
\end{array}\right]$$

Jak uwzględnić zależność pomiędzy kątami w wariancie czwartym?

$$P = Q_i^{-1}$$

$$Q_3 = \left[\begin{array}{cccc|cc} m_{d_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{d_2}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{d_3}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{d_4}^2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & m_\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_\beta^2 \end{array}\right]$$

$$\begin{bmatrix} m_\alpha^2 & \operatorname{cov}(\alpha,\beta) \\ \operatorname{cov}(\beta,\alpha) & m_\beta^2 \end{bmatrix} = D \cdot \begin{bmatrix} m_{k_1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_{k_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_{k_3}^2 \end{bmatrix} \cdot D^{\mathrm{T}}$$

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Jak uwzględnić zależność pomiędzy kątami w wariancie czwartym?

$$P = Q_i^{-1}$$

$$Q_4 = \left[\begin{array}{cccc|cc} m_{d_1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{d_2}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{d_3}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{d_4}^2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & m_\alpha^2 & \operatorname{cov}(\alpha,\beta) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \operatorname{cov}(\beta,\alpha) & m_\beta^2 \end{array}\right]$$

$$\begin{bmatrix} m_\alpha^2 & \operatorname{cov}(\alpha,\beta) \\ \operatorname{cov}(\beta,\alpha) & m_\beta^2 \end{bmatrix} = D \cdot \begin{bmatrix} m_{k_1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_{k_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_{k_3}^2 \end{bmatrix} \cdot D^{\mathrm{T}}$$

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$