

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
Wydział Geodezji i Kartografii



Praca dyplomowa magisterska

**Modelowanie deformacji skorupy ziemskiej
powodowanej przez obciążenia hydrosferą lądową**

**Modelling of crustal deformation caused
by the continental hydrosphere loading**

Michał Zygmunt

Praca napisana
w **Katedrze Geodezji i Astronomii
Geodezyjnej**
pod kierunkiem
dr. inż. Tomasza Liwosza

Warszawa, 2013

*Serdeczne podziękowania składam opiekunowi pracy
dr. inż. Tomaszowi Liwoszowi oraz
mgr. inż. Marcinowi Rajnerowi
za udzieloną pomoc oraz życzliwość.
Dziękuję również dr. Andreasowi Güntnerowi
za udostępnienie modelu WGHM.*

Streszczenie pracy:

Treść niniejszej pracy poświęcono zagadnieniom deformacji skorupy ziemskiej jako odpowiedzi na obciążanie jej powierzchni przez masy wód kontynentalnych. Celem pracy było wytypowanie rejonów szczególnie podatnych na występowanie badanych deformacji, a także określenie zgodności obliczonych deformacji z ich wielkościami obserwowanymi. Współczynniki funkcji Greena opisujące odpowiedź skorupy ziemskiej na obciążenia masą punktową przyjęto dla modelu sferycznej Ziemi opracowanego wspólnie przez Gutenberga i Bullena (model A). Przy obliczaniu deformacji uwzględniano wpływ mas obciążających skorupę ziemską, aż do punktu antypodalnego. Informację o ilości wód kontynentalnych zaczerpnięto z modelu hydrologicznego WGHM (ang. *WaterGAP Global Hydrological Model*). Podczas całkowania numerycznego zastosowano podejście w którym liczba sektorów w każdej strefie jest stała. Na podstawie analizy różnic wyników z programu SPOTL (ang. *Some Programs for Ocean-Tide Loading*) określono optymalną wielkość figur sferycznych jaka wykorzystywana była w późniejszych obliczeniach. Poprawność wartości modelowanych deformacji skontrolowano z wynikami programów SPOTL oraz grat. W celu realizacji pierwszego z celów pracy deformacje obliczono w regularnej siatce o rozmiarze 5° dla całej Ziemi dla wszystkich składowych lokalnego układu współrzędnych punktów skorupy ziemskiej dla trzech miesięcy: stycznia 2002 r., czerwca 2002 r. i czerwca 2012 r. Deformacje w kierunku pionu cechowały się prawie 10 krotnie większymi wartościami niż deformacje horyzontalne. Zestawiono różnice przemieszczeń pomiędzy ww. miesiącami – oprócz wzrostu wartości deformacji zmienia się także ich charakter przestrzenny. W dalszej części pracy skoncentrowano się na przemieszczeniach w kierunku linii pionu. Do sprawdzania zgodności obliczonych i obserwowanych deformacji wybrano 25 stacji IGS (ang. *International GNSS Service*) podzielonych na cztery grupy (w głębi lądu, w pobliżu linii brzegowej, na wyspach, stacje dla których brak danych w modelu WGHM). Z obserwacji GNSS (ang. *Global Navigation Satellite System*) usunięto obserwacje odstające i nieciągłości. Przed porównaniem oba sygnały zostały scentrowane. Analizowane szeregi czasowe przemieszczeń wykazały, że tylko w przypadku stacji położonych w głębi lądu możliwe jest skutecznie usuwanie ruchu własnego stacji będącego następstwem zmian ilościowych w hydrosferze. W przypadku stacji położonych na wybrzeżu lub wyspach konieczne jest rozpatrywanie dodatkowych efektów deformujących, będących następstwem np. pośrednich efektów pływów oceanicznych lub obciążenia atmosferyczne.

Słowa kluczowe: Obciążeniowe liczby Love'a, Funkcje Greena, WGHM, GNSS, Deformacje skorupy ziemskiej

Abstract:

Presented thesis is dedicated to problems of deformation of the Earth's crust as a response to the surface loading caused by continental waters. The aim of this study was to specify areas particularly vulnerable to studied deformation and to compare calculated and observed displacements. Green's function coefficients that describe the Earth crust response to the load was assumed for the spherical Earth model developed jointly by Gutenberg and Bullen (model A). Impact of mass burdening Earth's crust taken into account during calculations was made up to antipodal point. Information on the amount of continental water was taken from the WaterGAP Global Hydrological Model. During numerical integration, applied approach with constant number of sectors in each zone. Based on the analysis of results obtained with software SPOTL (Some Programs for Ocean-Tide Loading) the optimal size of the spherical figure was determined. Calculated values of the deformations were verified with the results of the SPOTL and grat programs. In order to achieve the first objective of the thesis, calculated crustal deformations in regular grid of size 5° for the entire Earth for all components of the local coordinate system for following months : January 2002, June 2002 and June 2012 were performed. The deformations in the vertical direction achieved almost 10 times higher values than the deformation in the horizontal plane. Comparison of the displacement differences between months mentioned above showed, that beside increase in values of the dislocation also changes their spatial character. Later part of the paper focuses on the displacements in vertical direction. In order to check agreement of the calculated and observed deformation 25 stations of International GNSS Service was selected and divided into four groups (inland, near the shoreline, islands, areas where no WGHM data was available). For comparison outliers and discontinuities were removed from GNSS observations. Modeled and observed signals were centered. The analysed time series of the vertical displacements showed that only in the case of inland stations it is possible to effectively remove displacements caused by mass transfer in the hydrosphere. For stations located in the coastal regions or islands, it is necessary to consider additional movement effects resulting from indirect ocean tidal loading or atmosphere lading.

Key words: Load Love Numbers, Green's functions, WGHM, GNSS, Crustal deformation

Spis treści

1. Wstęp	8
2. Deformacje skorupy ziemskiej	9
2.1 Obciążeniowe liczby Love'a	9
2.2 Funkcje Greena	11
3. Model danych hydrologicznych WaterGAP (WGHM)	13
3.1 Struktura modelu i dane źródłowe.....	13
3.2 Szacowanie ilości wody w hydrosferze lądowej.....	15
4. Obliczanie deformacji skorupy ziemskiej:	17
4.1 Problem badawczy, cel pracy	17
4.2 Założenia teoretyczne do modelowania deformacji	17
4.3 Określenie rozmiaru figur całkowania	19
5. Wyniki modelowania deformacji skorupy ziemskiej	21
5.1 Wybór punktów kontrolnych.....	21
5.2 Analiza dokładności całkowania numerycznego	22
5.3 Deformacje skorupy dla całej Ziemi – otrzymane wyniki.....	25
5.4 Przygotowanie obserwowanych przemieszczeń stacji GNSS do porównania z ich wartościami teoretycznymi	28
5.5 Deformacje na stacjach GNSS położonych w głębi lądu	30
5.6 Deformacje na stacjach GNSS położonych w pobliżu linii brzegowej	33
5.7 Deformacje na stacjach GNSS położonych na wyspach.....	36
5.8 Deformacje na stacjach GNSS dla których brakuje danych modelu WGHM	37
6. Podsumowanie i wnioski końcowe	39
7. Literatura.....	41
8. Załączniki.....	42

Spis załączników

Załącznik nr 1 – Wartości obciążeniowych liczb Love'a

Załącznik nr 2 – Wartości współczynników funkcji Greena

Załącznik nr 3 – Kod źródłowy programu który posłużył do obliczania deformacji

1. Wstęp

Rejestrowane szeregi czasowe położenia stacji referencyjnych wykonujących ciągle obserwacje satelitarne obarczone są zakłóceniami pochodzącymi od wielu zjawisk geodynamicznych jak np.: precesja i nutacja, ruchy płyt tektonicznych czy deformacje wywołane siłami pływowymi. Poznanie mechanizmów tych zjawisk wraz z rozwojem instrumentów geodezyjnych pozwoliły na uzyskiwanie dokładności wyznaczania pozycji na powierzchni Ziemi z błędem mniejszym niż 1 mm. Rozdział 7.2 konwencji Międzynarodowej Służby Ruchu Obrotowego Ziemi i Systemów Odniesienia (ang. *International Earth Rotation and Reference System Service; IERS*, 2010) poświęcony przemieszczeniom punktów skorupy Ziemskiej jako następstw obciążania jej powierzchni przez masy atmosfery, oceanów oraz hydrosfery lądowej zawiera zalecenie aby nie uwzględniać ww. efektów ze względu na zbyt słabą znajomość modeli ich zjawisk.

Treść niniejszej pracy poświęcono deformacjom skorupy ziemskiej powodowanym przez obciążenia hydrosferą lądową. W rozważaniach tych niezbędna jest znajomość ilości mas hydrosfery lądowej wywierających nacisk na powierzchnie Ziemi oraz analityczny opis odpowiedzi na to obciążenie. Modelowanie odkształceń jest możliwe za pomocą parametrów geodynamicznych takich jak obciążeniowe liczby Love'a i funkcje Greena wyprowadzone dla określonego modelu Ziemi. Ilość mas hydrosfery lądowej można określić za pomocą danych zawartych w modelach hydrologicznych. Wykazane w nim zasoby wodne powinny obejmować dla znacznego okresu m.in. wody stojące i płynące, wody gruntowe oraz wodę zmagazynowaną w postaci śniegu. Wynika to z konieczności uwzględniania zmian ilościowych związanych z dynamiką cyklu hydrologicznego.

Uwzględnianie wyników badań w trakcie opracowania obserwacji satelitarnych przyczyni się do zwiększenia dokładności wyznaczonej pozycji (głównie składowej pionowej), a także w przypadku powtórnych opracowań zbiorów danych pozwoli na poprawienie realizacji układów odniesienia.

2. Deformacje skorupy ziemskiej

2.1 Obciążeniowe liczby Love'a

Bezwymiarowe wielkości liczbowe określające odpowiedź modelu Ziemi na oddziaływanie masy umieszczonej na jej powierzchni zostały pierwotnie zdefiniowane przez Love'a oraz Shide i Matsuyame, nazywane są od nazwiska pierwszego z badaczy obciążeniowymi liczbami Love'a (ang. *Load Love Numbers*). Wartości parametrów opisujących deformacje zależą od wewnętrznej struktury całej Ziemi a w szczególności od struktury skorupy i płaszcza w rejonach bliskich masie obciążającej (Benavent, Arnoso i Montesinos, 2005). Z tego też powodu liczby Love'a muszą być obliczane osobno dla każdego modelu Ziemi.

Dla zagadnień deformacji skorupy Ziemskiej jako odpowiedzi na obciążenia masa punktową przelomową okazała się praca badawcza wykonana przez Farrella (1972). Zastosowanie metod obliczeniowych w których następowała szybsza zbieżność szeregów pozwoliło rozwinąć liczby Love'a do 10 000 stopnia wielomianu Legendre'a. Taki stopień rozwinięcia wielomianu jest zazwyczaj przyjmowany jako wartość graniczna aby funkcje Greena formowane na podstawie obciążeniowych liczb Love'a odpowiadały rzeczywistym deformacjom skorupy Ziemskiej (Farrell, 1972). Przyjęcie zbyt niskiej wartości stopnia wielomianu powoduje problemy w obliczaniu obciążeń w obszarach przybrzeżnych (tzw. efekt Gibbsa), jednakże przyjęcie wystarczająco dużego stopnia wielomianu (wartości granicznej) sprawia, że h'_n , l'_n oraz k'_n stają się wartościami stałymi. Farrell (1972) wyprowadził przybliżone wyrażenie na wartości graniczne, nazywane asymptotycznymi wartościami obciążeniowych liczb Love'a:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} h'_n \\ nl'_n \\ nk'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_\infty \\ l'_\infty \\ k'_\infty \end{bmatrix} = \frac{g_0(a)m_e}{4\pi a^2(\lambda + \mu)} \begin{bmatrix} -\frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \\ 1 \\ 3\rho(\lambda + \mu) \\ -\frac{2\hat{\rho}\mu}{\mu} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

gdzie:

$g_0(a)$ – przyspieszenie siły ciężkości na powierzchni Ziemi,

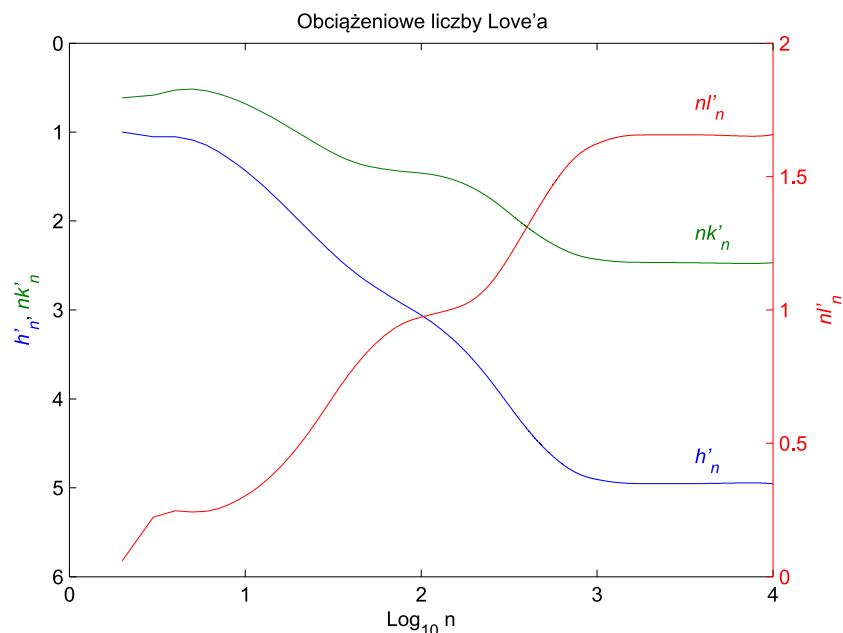
a – średni promień Ziemi,

m_e – masa Ziemi,

λ , μ – parametry reologiczne Ziemi (stałe Lamego) – opisują relacje pomiędzy naprężeniem i odkształceniem powierzchni Ziemi,

ρ oraz $\hat{\rho}$ to odpowiednio gęstość Ziemi na powierzchni oraz jej średnia wartość (Benavent, Arnoso i Montesinos, 2005).

Funkcje Greena obliczone dla różnych sferycznych niewirujących elastycznych jednorodnych modeli Ziemi (ang. *Spherical Non-Rotating Elastic Isotropic*; SNREI) wykazują rozbieżności tylko dla małej odległości kątowej pomiędzy obciążeniem oraz punktem obserwacyjnym. Jest to spowodowane wyłącznie istotnymi różnicami w skorupie i górnym płaszczu. Van Dam (2003) wykonała porównanie pomiędzy funkcjami Greena wyprowadzonymi dla czterech modeli Ziemi z rodziny SNREI. Otrzymane różnice w deformacjach radialnych (w kierunku linii pionu) były zawsze mniejsze niż 0,04 mm co wskazuje, że wybór LLN dla modeli Ziemi z rodziny SNREI nie ma istotnego wpływu na modelowany efekt obciążenia (Benavent, Arnoso i Montesinos, 2005). Na rys. 2.1 przedstawiono graficznie obciążeniowe liczby Love'a, dla modelu Ziemi opracowanego przez Gutenberga i Bullena (model A), w zależności od stopnia n rozwinięcia wielomianów Legendre'a. Dokładne wartości liczbowe dla wybranych stopni wielomianów zawarto w załączniku nr 1.



Rys. 2.1. Obciążeniowe liczby Love'a określone dla modelu Ziemi opracowanego przez Gutenberga i Bullena (model A) (Farrell, 1972)

2.2 Funkcje Greena

Funkcje Greena mogą być wykorzystane do opisu przemieszczeń punktów położonych zarówno na powierzchni Ziemi jak i w jej wnętrzu, ale wówczas należy wykorzystać liczby Love'a obliczone dla punktów wewnętrznych ciała. Powstają one przez sumowanie wagowanych liczb Love'a i zależą od odległości od środka ciała a i odległości kątowej od punktu obciążanego θ . Z punktu widzenia obciążeń generowanych na stacjach GNSS powodowanych przez obciążenia wywołane hydrosferą lądową za promień a należy przyjąć średni promień Ziemi (promień sferycznej Ziemi). Na zestaw cech charakteryzujących odpowiedź skorupy Ziemskiej na obciążenia masą punktową składają się: przemieszczenia (zarówno poziome jak i pionowe), zmiany przyspieszenia siły ciężkości (potencjału grawitacyjnego) oraz odchylenia linii pionu. Dla każdej z wyżej wymienionych następstw deformacji określona jest inna funkcja Greena. Poniżej zamieszczono wyłącznie wzory służące określaniu zmian położenia punktu pod wpływem obciążeń, w zależności od odległości sferycznej (Farrell, 1972):

a) Przemieszczenia pionowe (radialne) punktu na powierzchni w odległości θ od punktu obciążonego masą wyraża wzór

$$u(\theta) = \frac{a}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} h_n P_n(\cos \theta) \quad (2.2)$$

b) przemieszczenia horyzontalne w kierunku południkowym oraz pierwszego wertykału wyrażone są odpowiednio przez $v_\phi(\theta), v_\lambda(\theta)$

$$v(\theta) = \begin{matrix} v_\phi(\theta) \\ v_\lambda(\theta) \end{matrix} = \frac{a}{m_e} \sum_{n=1}^{\infty} l_n \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \begin{matrix} -\cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{matrix} \quad (2.3)$$

gdzie:

a – średni promień Ziemi,

m_e – masa Ziemi,

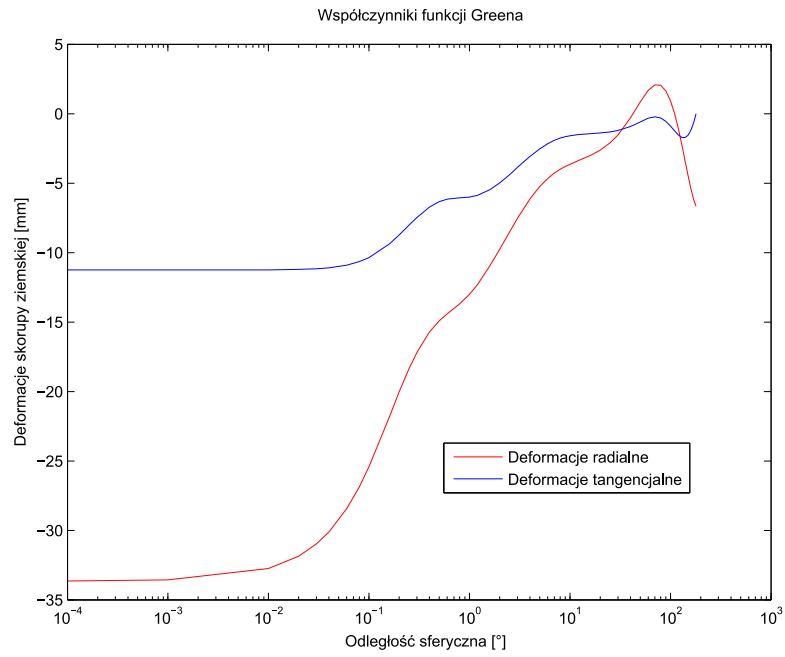
h'_n – obciążeniowa liczba Love'a stopnia n ,

P_n – wielomian Legendre'a stopnia n ,

θ – odległość sferyczna masy obciążającej od punktu obserwacji

α – azymut masy obciążającej (Farrell, 1972; Benavent, Arnoso i Montesinos, 2005).

Na rys. 2.2 zamieszczono graficzną reprezentację współczynników funkcji Greena wykorzystanych do obliczania deformacji. Dokładne wartości liczbowe współczynników w zależności od odległości sferycznej od punktu obserwacyjnego zawarto w załączniku nr 2.



Rys. 2.2. Współczynniki funkcji Greena określone dla modelu Ziemi opracowanego przez Gutenberga i Bullena (model A) (Farrell, 1972)

3. Model danych hydrologicznych WaterGAP (WGHM)

Model danych hydrologicznych WaterGAP (ang. *Water – Global Assessment and Prognosis*) został opracowany w Centrum Badań Środowiskowych Uniwersytetu w Kassel w Niemczech (ang. *Centre of Environmental Systems Research, University of Kassel, Germany*) w celu oszacowania zasobów wodnych. Składa się z dwóch części: Globalnego Modelu Danych Hydrologicznych – WGHM (ang. *WaterGAP Global Hydrology Model*) oraz Globalnego Modelu Wykorzystania Wody – WGWUM (ang. *Global Water Use Model*, Döll i inni, 2001). Pierwszy z nich zawiera informacje o ilości wody kontynentalnej z pominięciem obszaru Antarktydy i Grenlandii (Güntner i in, 2007). Drugi zawiera informację o wykorzystaniu wody w sektorze gospodarstw domowych, przemyśle, transporcie wody związanym z irygacją oraz wykorzystaniu wody przez inwentarz żywy (Döll i inni, 2001)

3.1 Struktura modelu i dane źródłowe

Siatka modelu danych hydrologicznych WaterGAP – WGHM składa się z 259 200 komórek o rozmiarze $0,5^{\circ} \times 0,5^{\circ}$. Każda z nich zawiera obszar lądu o powierzchni $5' \times 5'$ (około 86 km^2) i jest traktowana jako komórka obliczeniowa, dla której określono informację o powierzchni lądu oraz ilości świeżej wody. Klasyfikacja komórek modelu WaterGAP i podział na komórki lądowe i wodne następuje na podstawie „*Mapy gleb Świata*” (ang. *Soil Map of the World*) o rozdzielczości przestrzennej $5'$ opracowanej przez Organizację Narodów Zjednoczonych do spraw Wyżywienia i Rolnictwa (ang. *Food and Agriculture Organization of the United Nations*). W zbiorze wyróżniono 66 896 komórek obejmujących obszary lądowe (25,8% wszystkich komórek). Informacja na temat położenia i rozmiarów zbiorników wodnych wykonywana jest w oparciu o „*Bazę danych jezior i obszarów podmokłych*” (ang. *Global Lake and Wetland Database*) opracowaną w Centrum Badań Środowiskowych Uniwersytetu w Kassel w Niemczech. Zbiór danych obejmuje położenie i obszar:

- 1648 jezior o powierzchni większej 100 km^2 ,
 - 744 sztucznych zbiorników wodnych o objętości większej niż $0,5 \text{ km}^3$,
 - 300 000 mniejszych zbiorników bez rozróżnienia na naturalne jeziora czy sztuczne zbiorniki.
- Tereny wyróżnione w zbiorze danych GLWD zajęte przez jeziora i sztuczne zbiorniki wodne obejmują około 2,1% powierzchni lądów, a tereny podmokłe około 6,6% (Döll, Kaspar i Lehner, 2003; Hunger i Döll, 2007).

Wzajemne relacje pomiędzy komórkami modelu związane z transportem i magazynowaniem wody jak np.: topologia spływu jest określona przez mapę kierunków spływów (ang. *Drainage Direction Map, DDM*) o rozdzielności przestrzennej 30', która każdej komórce przypisuje informacje o:

- wielkości spływu do jednej z ośmiu sąsiednich komórek,
- magazynowaniu wody (śródlądowa zlewnia),
- wypływie wody do oceanów (w przypadku dorzeczy, Döll, Kaspar i Lehner, 2003).

Dane źródłowe dotyczące spływu rzecznego na wszystkich stacjach pomiarowych wykorzystanych do kalibracji modelu zostały dostarczone przez Centrum Danych o Spływach (ang. *Global Runoff Data Center*) w Koblencji w Niemczech (Hunger i Döll, 2008).

Pokrycie terenu wewnątrz komórki modelowane jest przez Zintegrowany Model do Oceny Globalnego Środowiska (ang. *Integrated Model to Assess the Global Environment; IMAGE*) w wersji 2.1 z podziałem na 16 klas (Döll i inni, 2001).

Dane klimatyczne wykorzystywane w modelu WaterGAP rejestrowane są na stacjach pomiarowych rozmieszczonych na całym świecie, a następnie interpolowane do siatki o rozdzielczości przestrzennej równej 0,5°. Obejmują między innymi:

- miesięczną wysokość opadów atmosferycznych,
- temperaturę,
- liczbę dni opadowych w ciągu miesiąca (ang. *mean monthly wet-days*),
- zachmurzenie oraz przeciętną liczbę godzin słonecznych w ciągu doby (Döll, Kaspar i Lehner, 2003). W najnowszej wersji modelu zbiór danych klimatycznych został zaktualizowany i obejmuje okres od 1901 do 2012 (Hunger i Döll, 2008).

Mimo ich dużego znaczenia, dane klimatyczne nie są znane z wystarczająco wysoką dokładnością dla znacznych obszarów. Pojedyncze pomiary wilgotności gruntu lub wód kontynentalnych wykonywane na stacjach oddają jedynie lokalną charakterystykę tych zjawisk (Güntner i in, 2007). Obecnie możliwe jest zastosowanie modeli hydrologicznych o wyższej rozdzielczości przestrzennej, a także obejmujących swoim zasięgiem obszary Grenlandii jak np.: GLDAS (ang. *Global Land Data Assimilation System*, National Aeronautics and Space Administration, 2013).

Do niedawna brakowało globalnego systemu monitorującego zmiany zachodzące w hydrosferze. Obecnie prowadzenie monitoringu hydrosfery w ograniczonym stopniu jest możliwe dzięki wykorzystaniu altimetrii satelitarnej oraz satelitów biorących udział w misjach grawimetrycznych jak np.: GRACE (ang. *Gravity Recovery and Climate Experiment*, Güntner i in, 2007).

3.2 Szacowanie ilości wody w hydrosferze lądowej

W skład ilości wody kontynentalnej modelowanej w WGHM wchodzi woda zawarta w naturalnych jeziorach, sztucznych zbiornikach wodnych, obszarach podmokłych, wodach gruntowych, elementach pokrycia terenu oraz śniegu (Hunger i Döll, 2008).

Na podstawie informacji o wysokości miesięcznych opadów atmosferycznych oraz liczbie dni opadowych w ciągu miesiąca, generowane są wartości dziennych opadów atmosferycznych wykorzystywane później do określenia ilości wody w modelu WaterGAP. Miesięczne opady atmosferyczne rozdzielane są równomiernie na wszystkie dni opadowe w miesiącu a sam ich rozkład modelowany jest za pomocą łańcuchów Markowa (Döll, Kaspar i Lehner, 2003), przy założeniu, że dla wszystkich miesięcy posiadających taką samą liczbę dni sekwencja występowania dni opadowych i suchych jest jednakowa (Döll i inni, 2001).

Obliczenia związane z gromadzeniem i transportowaniem wody pomiędzy sąsiednimi komórkami obłożone jest szeregiem warunków:

- wody gruntowe przed opuszczeniem komórki wracają na powierzchnię a sam transport wody następuje tylko w postaci wód powierzchniowych,
- przed obliczeniem całkowitego transportu wody z danej komórki odejmuje się ilość wody konsumowanej zgodnie z modelem Global Water Use Model,
- transport wody kontynentalnej dzielony jest na szybki spływ powierzchniowy i podpowierzchniowy oraz zasilanie wód gruntowych,
- pokrycie terenu jest jednorodne wewnątrz komórki,
- przy obliczaniu kierunku spływu uwzględnia się jeziora, zbiorniki wodne i tereny podmokłe (Döll i inni, 2001),
- transport wody w spływie rzeczonym jest obliczany w dwugodzinnych interwałach w sieci rzecznej pochodnej od mapy kierunków spływów DDM30 (Hunger i Döll, 2008),
- przy ujemnej temperaturze opad atmosferyczny występuje w postaci śniegu,
- nie uwzględnia się zamarzania zbiorników wodnych, a także przyjmuje się, że opad atmosferyczny przechodzi w stan ciekły w chwili kiedy osiągnie powierzchnie zbiornika wodnego (Döll, Kaspar i Lehner, 2003),
- podział na strefy klimatyczne wykorzystany do modelowania wykonano zgodnie z klasyfikacją Koeppen'a na podstawie przeciętnych miesięcznych wartości temperatury powietrza i opadów atmosferycznych uwzględniając ich sezonowość,

- przy obliczaniu ilości wody zgromadzonej w pokryciu terenu nie rozróżnia się opadu na deszcz i śnieg (Döll, Kaspar i Lehner, 2003).
 - procesy związane z gromadzeniem i topnieniem śniegu zależą od dobowych temperatur obliczanych na podstawie temperatur miesięcznych których wartości dzienne obliczane są wielomianem sklejanym trzeciego stopnia (Hunger i Döll, 2008).
 - woda magazynowana jako lód (włączając wieczną zmarzlinę) jak i głębsze wody gruntowe transportowane na odległość wykraczającą poza rozdzielczość modelowania ($0,5^\circ$) nie jest uwzględniana,
 - pomija się ilość wody zawartej w biomacie (z powodu braku danych dotyczących wysokości zwierciadła wody gruntowej nie można modelować zjawiska wznoszenia kapilarnego).
- Dwa ostatnie komponenty mają dużo dłuższą charakterystykę czasową zmienności (dekady lub dłużej) niż pozostałe modelowane komponenty (Güntner i in, 2007).

Najnowsza wersja model WGHM (2.1f) jest kalibrowana do obserwowanego spływu rzecznoego na 1235 stacjach pomiarowych położonych na całej Ziemi. Przewagą tego sposobu kalibracji modelu w stosunku do pomiarów atmosferycznych, które odzwierciedlają jedynie lokalny charakter badanych zjawisk, jest możliwość szacowania ilości wody na znacznym obszarze poprzez obserwację transportu mas wody w całej zlewni. Kalibracja polega na wzajemnym dopasowaniu obserwowanego i modelowanego przeciętnego długookresowego spływu rzecznoego co skutkuje zmniejszeniem niepewności parametrów modelu przez uwzględnienie zgromadzonych informacji o procesach zlewowych. Do kalibracji wykorzystano dane dotyczące spływu rzecznoego z ostatnich 30 lat. W przypadku dostępności większej ilości danych wybierano okres od 1961 do 1990 gdyż dane z tego okresu są najbardziej wiarygodne. Każda ze stacji wykorzystana do kalibracji modelu spełniała następujące warunki:

- minimalny obszar basenu zlewowego w sąsiedztwie stacji położonej najbliżej źródła rzeki: 9000 km^2 ,
- minimalna powierzchnia basenu zlewowego pomiędzy sąsiednimi stacjami: $20\,000 \text{ km}^2$,
- miesięczne spływy rzeczne obserwowane przez co najmniej 4 lata (Hunger i Döll, 2008).

4. Obliczanie deformacji skorupy ziemskiej:

4.1 Problem badawczy, cel pracy

W rozdziale 7.2 konwencji IERS (2010) poświęconym przemieszczeniom punktów skorupy ziemskiej jako następstwa obciążania jej powierzchni przez masy zawarte w atmosferze, oceanach oraz hydrosferze lądowej zawarto zalecenie aby nie uwzględniać wymienionych efektów ze względu na zbyt słabą znajomość modeli tych zjawisk. Powołano również Centrum Badań nad Ośrodkami Ciekłymi i Gazowymi Ziemi (ang. *IERS Global Geophysical Fluid Center*) jako organ IERS zajmujący się gromadzeniem i rozpowszechnianiem numerycznych modeli ww. zjawisk.

Treść niniejszej pracy poświęcono deformacjom skorupy ziemskiej powodowanym przez obciążenia hydrosferą lądową, a w szczególności celem pracy jest:

- wytypowanie rejonów szczególnie podatnych na występowanie deformacji powodowanych przez obciążenia hydrosferą lądową,
- określić zgodność obliczonych i obserwowanych deformacji na wybranych stacjach GNSS.

4.2 Założenia teoretyczne do modelowania deformacji

Poniżej przytoczono wzory zaproponowane przez Farrela (1972) służące do obliczania odpowiednio deformacji w kierunku zgodnym z linią pionu (4.1) oraz w kierunkach północnym i pierwszego wertykału (4.2) w postaci wykorzystanej w niniejszej pracy:

$$u = \rho \cdot \iint_{\text{Ziemia}} G_{\text{radial}}(|r - r'|) \cdot H(r') \cdot dA \quad (4.1)$$

$$de_e^n = \rho \cdot \iint_{\text{Ziemia}} G_{\text{tangent}}(|r - r'|) \cdot H(r') \cdot dA \cdot \begin{Bmatrix} -\cos A \\ -\sin A \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

gdzie:

ρ – gęstość wody,

G_{radial} , G_{tangent} – współczynniki funkcji Greena opisujące deformacje skorupy ziemskiej odpowiednio w kierunku linii pionu oraz płaszczyźnie poziomej,

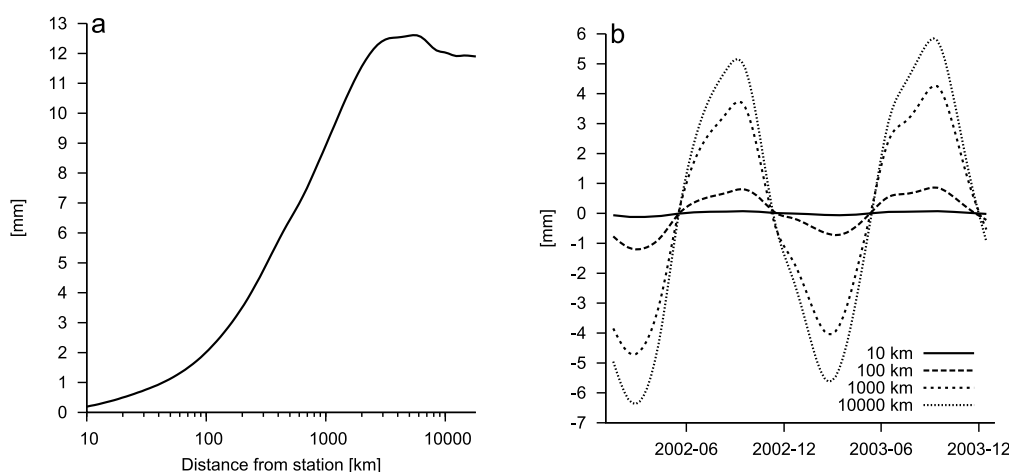
$|r - r'|$ – odległość sferyczna do masy obciążającej (figury sferycznej),

$H(r')$ – przeciętna wysokość słupa wody w figurze sferycznej,

dA – powierzchnia figury sferycznej,

A – azymut masy obciążającej (figury sferycznej).

Współczynniki funkcji Greena wykorzystane do obliczenia deformacji zostały przyjęte dla modelu sferycznej Ziemi opracowanego wspólnie przez Gutenberga i Bullena (model A). Dokładne wartości współczynników dla wybranych odległości sferycznych od źródła deformacji zamieszczono w załączniku nr 2. Rys. 4.1 przedstawia wielkość zmian wysokości stacji GNSS w Józefosławiu w zależności od odległości sferycznej mas obciążających skorupę ziemską uwzględnianych w obliczeniach.



(a) zakres zmian wysokości stacji w zależności od odległości sferycznej mas obciążających uwzględnianej w obliczeniach oraz (b) zmiany wysokości stacji Józefosław w 2002 r. i 2003 r. w zależności od uwzględnianego obszaru mas obciążających

Rys. 4.1. Zmiana wysokości stacji GNSS w zależności od uwzględnianej odległości sferycznej mas obciążających skorupę ziemską (Rajner i Liwosz, 2011)

Wielkość deformacji jest wyraźnie zależna od uwzględnianej odległości sferycznej mas obciążających skorupę ziemską a więc obliczenia nie mogą opierać się tylko na lokalnym lub regionalnym sąsiedztwie danej stacji. Obliczenia wykonywane w ramach niniejszej pracy były prowadzone aż do antypodów każdego z obliczanych punktów.

Za informacje o ilości wody kontynentalnej odpowiada model danych hydrologicznych WaterGAP (WGHM 2.1f) opisany szczegółowo w rozdziale 3, a udostępniony dla celów niniejszej pracy przez dr. Andreasa Güntnera z Niemieckiego Centrum Badawczego GFZ (ang. *German Research Centre for Geoscience*; niem. *Deutsches GeoForschungsZentrum*) w Poczdamie. Najważniejsze cechy modelu WGHM związane z wynikami wykonywanych obliczeń to:

- dane ilościowe modelu wyrażone jako równoważność wysokości słupa świeżej wody ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$),
- zawiera informacje o całej wodzie kontynentalnej łącznie z wodami gruntowymi ale z pominięciem Antarktydy i Grenlandii,
- zakres czasowy danych: 01.2002÷12.2012 (132 miesiące),

- rozdzielczość czasowa: 1 miesiąc,
- rozdzielczość przestrzenna: $0,5^\circ \times 0,5^\circ$.

Obliczanie wpływu poszczególnych segmentów odbywa się przez całkowanie numeryczne z podziałem na strefy trójkątów i trapezów sferycznych. W wykonywanych obliczeniach zastosowano podejście w którym liczba sektorów w każdej strefie jest stała. Sposób podziału otoczenia punktu na strefy i sektory zaprezentowano na rys. 4.2.



Rys. 4.2. Schemat podziału otoczenia punktu na strefy i sektory
(nie jest przedstawiony w skali, opracowanie własne)

4.3 Określenie rozmiaru figur całkowania

Przed podjęciem decyzji dotyczącej rozmiaru figur całkowania wykonano analizę różnic otrzymywanych wyników od ich wartości oczekiwanych. Stacjami testowymi dla których wykonano analizę wyników były: stacja JOZ2 położona w centralnej Europie oraz punkt zlokalizowany w delcie Amazonki. Pierwsza ze stacji cechuje się umiarkowanymi deformacjami skorupy ziemskiej jako następstwo zmian ilościowych zachodzących w hydrosferze lądowej. Delta Amazonki reprezentuje obszar o dużych rocznych amplitudach ruchów pionowych.

Za oczekiwaną wartość deformacji w punktach o określonych współrzędnych przyjęto wyniki uzyskiwane w programie SPOTL (ang. *Some Programs for Ocean-Tide Loading*, Agnew, 1996). W analizie uwzględniono trzy rozmiary figur całkowania (5° , 3° , 1°) oraz trzy podstawowe odległości całkowania (2000 m, 1000 m, 500 m), co dało łącznie 9 par parametrów figur. W poniższych tabelach zestawiono wartości skrajnych różnic (wartości odstających) od wartości oczekiwanej. W tabeli 4.1 zawarto wyniki porównania otrzymane dla stacji JOZ2 znajdującej się w Józefosławiu w Polsce a w tabeli 4.2 wyniki dla wybranego punktu znajdującego się w delcie Amazonki. Kolorem czerwonym zaznaczono różnice względem wartości oczekiwanej większe od 1 mm.

Tab. 4.1 Różnice pomiędzy obliczonymi i oczekiwanymi wartościami deformacji stacji JOZ2

JOZ2 ($\varphi=52,0$ $\lambda=21,2$)										
		n	e	u	n	e	u	n	e	u
		2000m			1000m			500m		
min. [mm]	5°	-0,60	0,15	-6,39	-0,52	0,15	-1,40	-0,52	0,15	-0,92
maks. [mm]		-0,19	0,35	-1,02	-0,18	0,35	-0,36	-0,19	0,35	-0,24
min. [mm]	3°	-0,48	0,02	-6,42	-0,43	0,02	-1,26	-0,42	0,02	-0,77
maks. [mm]		-0,19	0,18	-0,89	-0,19	0,18	-0,34	-0,19	0,18	-0,21
min. [mm]	1°	-0,34	0,04	-6,46	-0,26	0,04	-1,24	-0,26	0,04	-0,68
maks. [mm]		-0,11	0,14	-0,60	-0,10	0,14	-0,18	-0,10	0,14	-0,09

Tab. 4.2. Różnice pomiędzy obliczonymi i oczekiwanymi wartościami deformacji w delcie Amazonki

AMAZONKA ($\varphi=-3,0$ $\lambda=-56,0$)										
		n	e	u	n	e	u	n	e	u
		2000m			1000m			500m		
min. [mm]	5°	-0,31	-0,01	-8,72	-0,30	-0,13	-1,52	-0,29	-0,11	-0,70
maks. [mm]		-0,01	0,24	-0,92	-0,17	0,04	0,16	-0,16	0,06	0,33
min. [mm]	3°	-0,23	0,02	-8,87	-0,24	-0,09	-1,72	-0,23	-0,07	-0,90
maks. [mm]		0,05	0,25	-1,13	-0,10	0,05	-0,04	-0,09	0,07	0,13
min. [mm]	1°	-0,14	0,07	-8,96	-0,13	-0,02	-1,79	-0,11	0,00	-0,98
maks. [mm]		0,11	0,29	-1,18	-0,04	0,06	-0,14	-0,03	0,08	0,00

W obu analizowanych przypadkach wybór parametrów figur całkowania nie miał większego znaczenia dla deformacji występujących w płaszczyźnie poziomej. W przypadku deformacji w kierunku linii pionu wysoką zgodność wyników otrzymano tylko wtedy, gdy podstawowa odległość całkowania wynosiła 500 m przy czym mniejsze znaczenie miała rozwartość figur całkowania. Jest to związane z interpolowaniem wartości funkcji Greena dla mniejszych odległości pomiędzy sąsiednimi strefami.

W dalszej części pracy wartości deformacji pochodzące od obciążeń wodami kontynentalnymi obliczane były przy następujących założeniach:

- jako powierzchnię odniesienia przyjęto sferyczną Ziemię,
- rozwartość elementarnej figury: 3°,
- podstawowa odległość całkowania: 500 m.

Parametry związane z rozmiarem figur sferycznych przyjęto jako kompromis pomiędzy czasem wykonywania obliczeń i osiąganymi wartościami odstającymi od wartości oczekiwanych. Kod źródłowy programu wykorzystywanego do obliczania deformacji zamieszczono w załączniku nr 3.

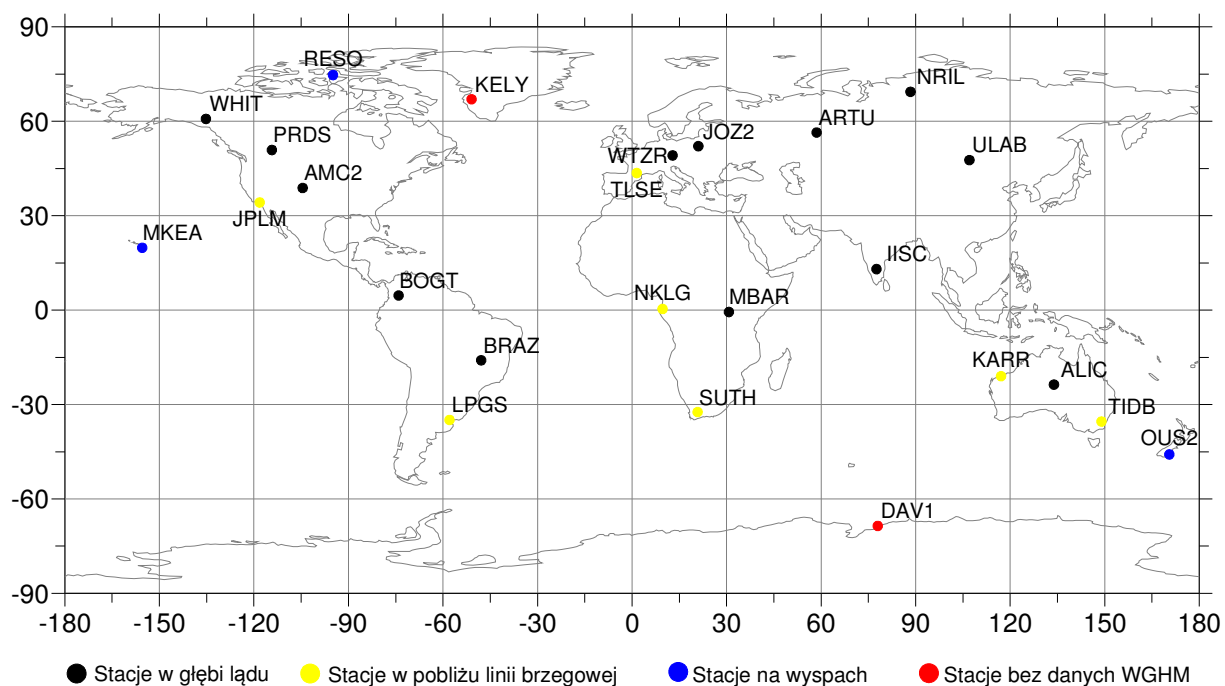
5. Wyniki modelowania deformacji skorupy ziemskiej

5.1 Wybór punktów kontrolnych

Punkty służące do kontroli obliczanych deformacji powinny być rozmieszczone równomiernie na całej Ziemi, a zmiany ich współrzędne powinny być znane z wysoką dokładnością. Wielkość przemieszczeń punktów skorupy przeprowadzono przy pomocy obserwacji satelitarnych wykonanych na 25 wybranych stacjach stanowiących część sieci IGS podzielonych na 4 klasy:

- 13 stacji w głębi lądu (odległość od linii brzegowej >200 km)
- 7 stacji w pobliżu linii brzegowej (odległość od linii brzegowej <200 km)
- 3 stacje położone na wyspach
- 2 stacje dla których brak danych w modelu WGHM

Lokalizację wybranych stacji wraz z ich przynależnością do określonej grupy zamieszczono na rys. 5.1.



Rys. 5.1. Lokalizacja stacji kontrolnych

5.2 Analiza dokładności całkowania numerycznego

Rozmiar figur całkowania, sposób podziału segmentów na strefy oraz odległości sferyczne dla których określono funkcje Greena mogą wpływać na otrzymywane wyniki obliczanych deformacji skorupy ziemskiej. Niniejszy paragraf poświęcono porównaniu wartości przemieszczeń obliczanych różnymi metodami. Pod uwagę wzięto program napisany dla celów niniejszej pracy oraz SPOTL (Agnew, 1996) i grat (Rajner, 2013). Każdy z nich reprezentuje nieco inne podejście do obliczania deformacji.

Jak wykazała analiza rozwartości figur całkowania której wyniki zawarto w rozdziale 4.3, w przypadku autorskiej metody zmiana szerokości sektora nie miała większego znaczenia na otrzymywane wyniki deformacji. W przypadku pozostałych programów zastosowano podejście, w którym liczba sektorów danej strefy zależy od odległości od punktu dla którego obliczano deformacje, ale jest nie mniejsza niż przyjęte minimum. Maksymalna liczba sektorów przypada wówczas na strefę leżącą w połowie odległości do punktu antypodalnego. Pozostałe różnice prowadzenia obliczeń dla omawianych związane są z przyjętą odległością (interwałem) całkowania oraz źródłowych wartościach funkcji Greena. W programie autora niniejszej pracy wykorzystano wartości funkcji Greena wyprowadzone przez Farrella (1972, załącznik nr 2), które określono dla 50 odległości do punktu antypodalnego. Ich wartości pomiędzy poszczególnymi krokami są interpolowane wielomianem trzeciego stopnia. W programie SPOTL źródłowe wartości funkcji Greena obejmują 438 odległości, między którymi odstęp wzrasta wraz z oddalaniem się od punktu obliczanego (od $0,01^\circ$ do 1°). W przypadku programu grat rozmiar figur sferycznych jest tak dobrany aby poszczególne kroki całkowania odpowiadały odległości sferycznej dla których obliczono wartości funkcji Greena (85 kroków). W tabeli 5.1 zestawiono podstawowe parametry mające wpływ na otrzymywane wyniki obliczeń prowadzonych ww. programami a w tabeli 5.2 zestawiono różnice obliczonych przemieszczeń.

Tab. 5.1. Podstawowe cechy programów wykorzystanych do kontroli wartości obliczonych deformacji

Cecha	MZ	SPOTL	grat
Figura całkowania			
Liczba sektorów w strefie	120	150-360	100-360
Szerokość sektora	3°	$2,4^\circ - 1^\circ$	$3,6^\circ - 1^\circ$
Interwał (odległość) całkowania	500 m	zmienny	zmienny
Źródłowe wartości funkcji Greena	50	438	85

Tab. 5.2. Różnice pomiędzy wartościami deformacji skorupy ziemskiej na poszczególnych stacjach kontrolnych obliczonych programami: autora (MZ), SPOTL i grat. Czerwonym kolorem zaznaczono różnice deformacji większe niż 1 mm

ID stacji	MZ-SPOTL [mm]			MZ-grat [mm]			SPOTL-grat [mm]		
	n	e	u	n	e	u	n	e	u
ALIC	0,4	0,0	-0,7	0,4	0,0	-0,7	0,1	0,0	0,0
AMC2	0,2	0,0	-0,2	0,2	-0,1	-0,1	0,0	-0,1	0,1
ARTU	0,3	0,0	0,9	0,2	0,0	0,9	0,0	-0,1	0,1
BOGT	0,3	-0,3	-0,2	0,3	-0,1	0,2	0,0	0,1	0,4
BRAZ	0,2	0,0	0,6	0,1	-0,1	0,7	-0,1	-0,1	0,1
DAV1	0,1	0,0	0,2	0,1	0,0	0,2	0,0	0,1	0,0
IISC	-0,1	0,2	0,2	0,0	0,2	0,6	0,1	-0,1	0,5
JOZ2	0,2	-0,1	0,6	0,2	0,0	0,6	0,0	0,2	0,1
JPLM	0,2	0,0	0,3	0,2	0,1	0,2	0,0	0,1	-0,1
KARR	0,5	0,1	-0,9	0,5	0,2	-0,7	0,0	0,1	0,2
KELY	0,1	-0,2	-0,5	0,1	-0,1	-0,4	0,0	0,1	0,0
LPGS	0,3	0,1	-0,9	0,1	0,1	0,1	-0,1	0,0	1,0
MBAR	0,1	0,1	1,1	0,1	0,1	1,3	0,0	0,0	0,1
MKEA	0,1	0,1	0,6	0,1	-0,1	1,8	0,0	-0,1	1,2
NKLG	0,3	-0,3	-0,7	0,2	0,1	1,2	-0,1	0,4	1,9
NRIL	0,3	0,0	-0,2	0,4	0,1	0,4	0,0	0,1	0,6
OUS2	0,2	-0,1	-0,9	0,2	0,0	0,2	0,0	0,1	1,1
PRDS	0,2	-0,1	0,7	0,2	0,0	1,0	0,0	0,1	0,3
RESO	0,1	-0,2	-1,6	0,2	-0,1	-0,2	0,0	0,1	1,5
SUTH	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,0	0,0	0,1
TIDB	0,2	0,0	-0,1	0,3	0,0	0,2	0,0	0,0	0,3
TLSE	0,3	0,2	0,0	0,4	0,2	0,4	0,0	-0,1	0,4
ULAB	0,0	0,1	0,5	0,1	0,0	0,6	0,0	0,0	0,1
WHIT	0,0	-0,2	-1,0	0,3	0,0	-0,3	0,3	0,1	0,7
WTZR	0,2	0,1	0,2	0,3	0,1	0,3	0,1	0,0	0,1

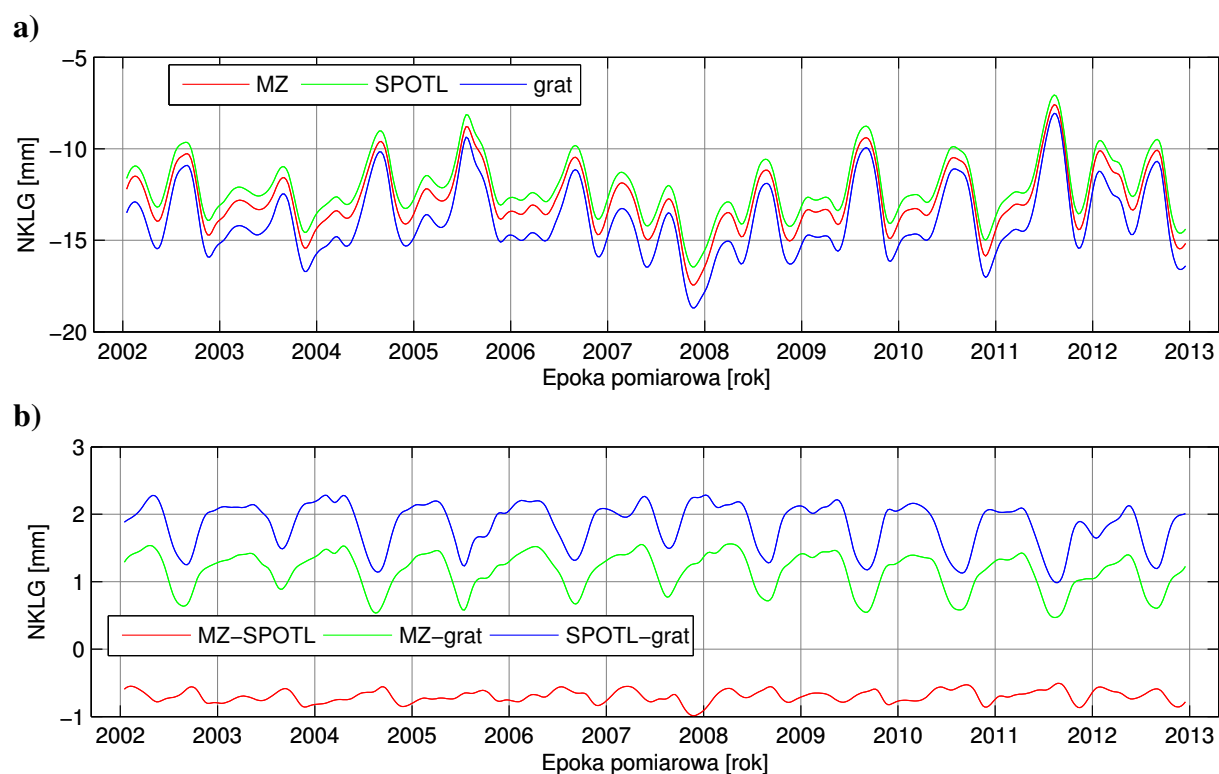
Wartość	MZ-SPOTL [mm]			MZ-grat [mm]		
	n	e	u	n	e	u
maks.	0,5	0,2	1,1	0,5	0,2	1,8
min.	-0,1	-0,3	-1,6	0,0	-0,1	-0,7
średnia	0,2	0,0	-0,1	0,2	0,0	0,4

W stosunku do wyników otrzymanych przez autora, największe różnice osiągnięto dla stacji: MBAR, MKEA, NKLG, RESO i WHIT. W każdym przypadku różnice deformacji przekraczające 1 mm dotyczyły składowej pionowej. Największe niezgodności dotyczyły stacji: MKEA oraz RESO, gdzie różnica przemieszczeń wynosiła odpowiednio 1,8 mm (grat) oraz -1,6 mm (SPOTL). Wartości przemieszczeń w kierunku południkowym były większe w stosunku do wyników programów SPOTL i grat o maksymalnie 0,5 mm. W przypadku deformacji w kierunku pierwszego wertykału otrzymano niemal jednakowe wyniki

Należy również zaznaczyć wysoką zgodność rezultatów obliczeń programów SPOTL i grat. Różnice składowych poziomych poza pojedynczymi przypadkami (NKLG) nie były

większe niż 0,1 mm. W przypadku składowej pionowej różnice deformacji dla czterech stacji (MKEA, NKLK, OUS2, RESO) przekroczyły 1 mm. Z pośród nich najciekawszym przypadkiem jest NKLK gdzie różnica między wynikami z programów SPOTL i grat wyniosła 1,9 mm – oba programy wykazują deformację w przeciwnych kierunkach.

Na rys. 5.2 przedstawiono pionowe deformacje stacji NKLK (a) obliczone programami: autora (MZ), SPOTL oraz grat, a także różnice pomiędzy wynikami z poszczególnych programów (b). Otrzymane rozbieżności rezultatów obliczeń związane są z lokalizacją stacji (na wybrzeżu) i sugerują konieczność uwzględniania dodatkowych efektów deformacyjnych jak np.: obciążenie atmosferyczne.

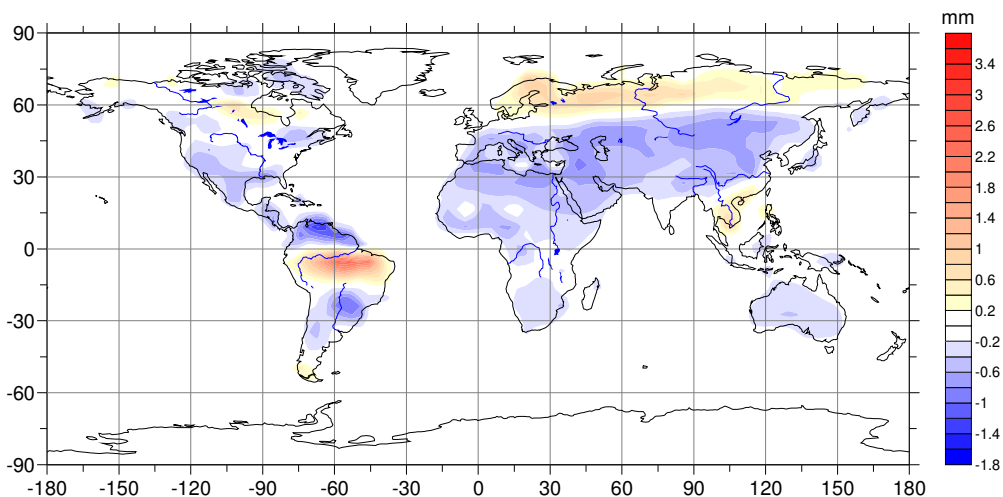


Rys. 5.2. a) Obliczone przemieszczenia pionowe stacji NKLK w kolejnych epokach oraz **b)** różnice pomiędzy wynikami otrzymanymi z programów: autora (MZ), SPOTL oraz grat

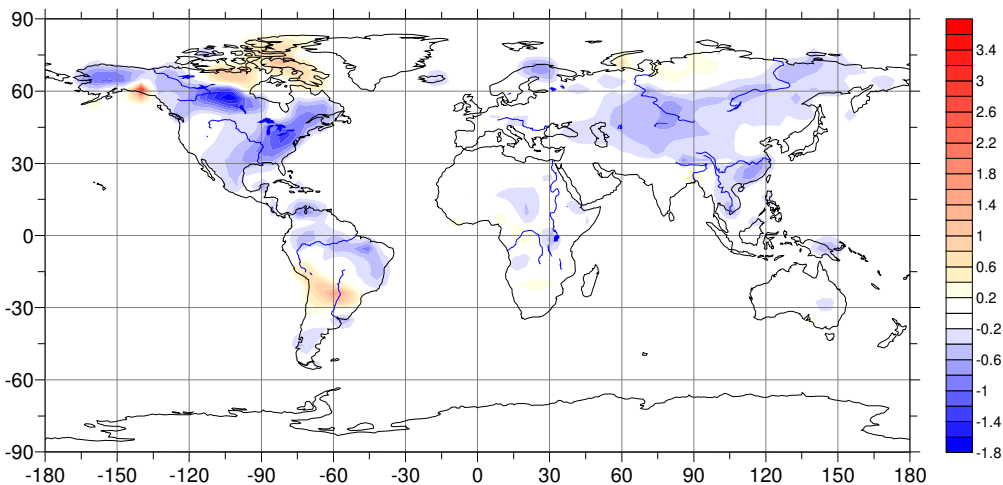
5.3 Deformacje skorupy dla całej Ziemi – otrzymane wyniki

Stosując przyjęty rozmiar figur całkowania obliczono deformacje dla punktów całej Ziemi rozmieszczonych w regularnej siatce w odległości 5° . Ponieważ Ziemia jest cały czas obciążona wodami kontynentalnymi, badanie deformacji skorupy Ziemskiej jako następstwa zmian następujących w hydrosferze lądowej, należy rozpatrywać w ujęciu różnicowym. W tym celu wykonano obliczenia dla trzech miesięcy wybranych tak, aby wykazać przemieszczenia punktów skorupy Ziemskiej jako następstwa krótko- i długookresowych zmian następujących w hydrosferze lądowej. Jako wartość referencyjną przyjęto deformacje obliczone dla stycznia 2002 r. Deformacje dla całej Ziemi obliczono także dla czerwca 2002 r. i czerwca 2012 r. Przemieszczenia przedstawiono w lokalnym układzie współrzędnych każdego z punktów. Na rys. 5.3, 5.4 i 5.5 zamieszczono tylko różnice położenia pomiędzy rozpatrywanymi miesiącami odpowiednio w kierunku: południkowym, pierwszego wertykału oraz linii pionu.

a)

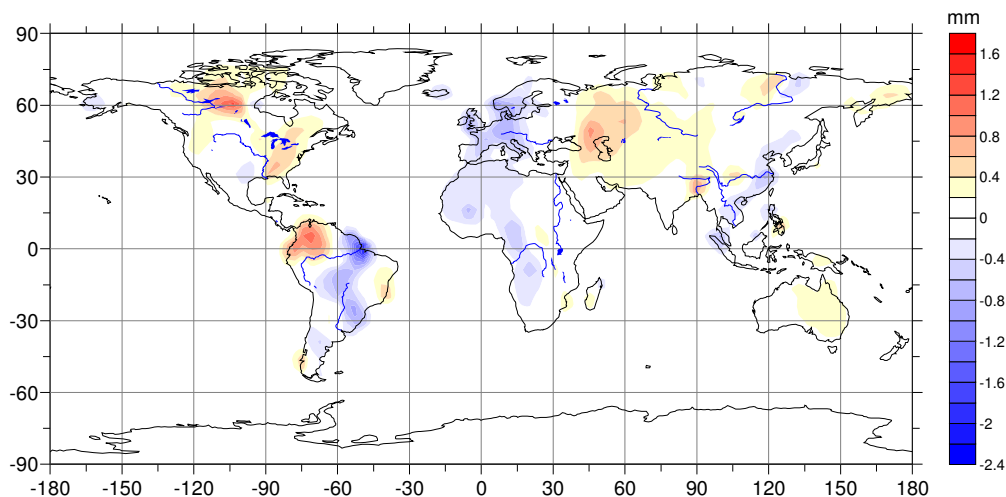


b)

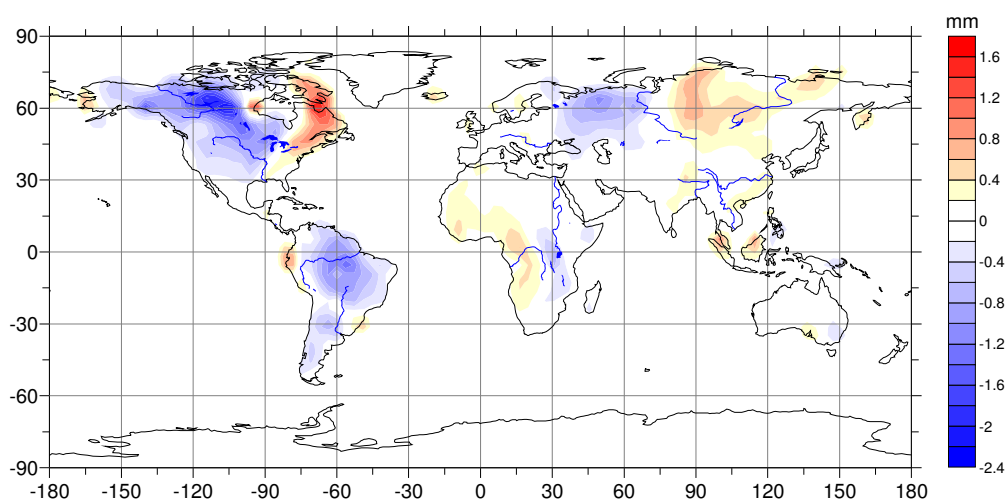


Rys. 5.3. Przemieszczenia punktów skorupy ziemskiej w kierunku południkowym, które nastąpiły pomiędzy: **a)** styczniem 2002 r. i czerwcem 2002 r. **b)** czerwcem 2002 r. i czerwcem 2012 r.

a)

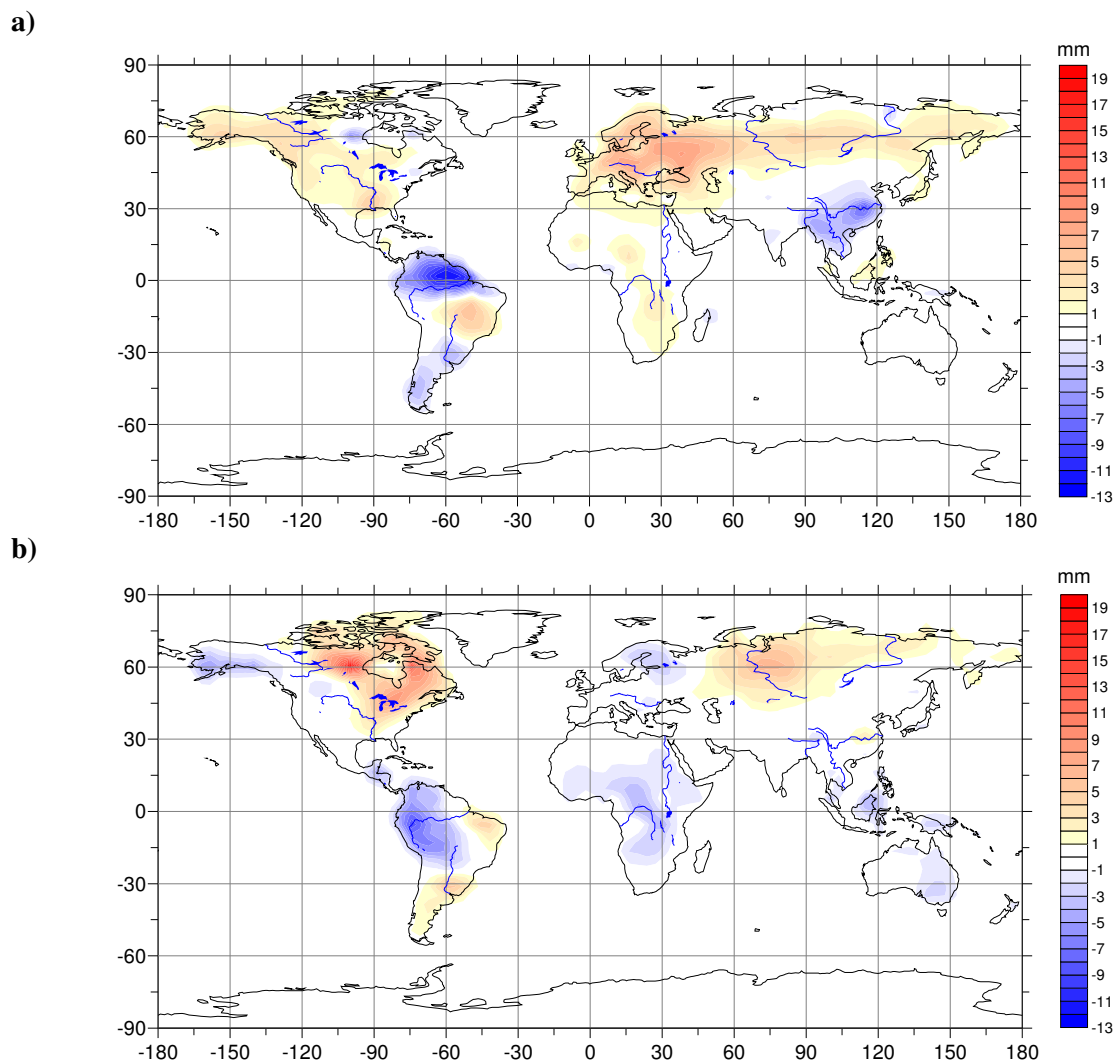


b)



Rys. 5.4. Przemieszczenia punktów skorupy ziemskiej w kierunku pierwszego wertykału, które nastąpiły pomiędzy: **a)** styczniem 2002 r. i czerwcem 2002 r. **b)** czerwcem 2002 r. i czerwcem 2012 r.

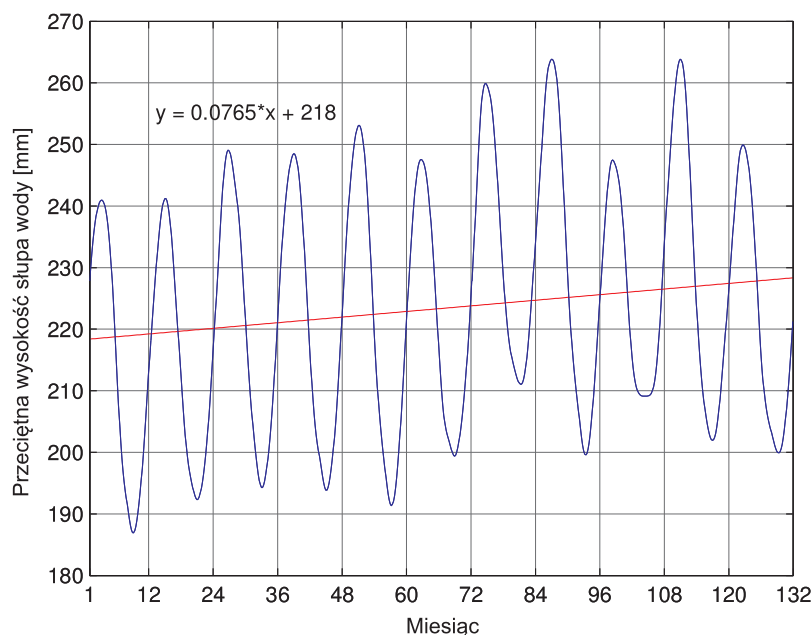
W każdym z rozpatrywanych przypadków nastąpiło zwiększenie skrajnych wartości deformacji oraz zmiana przestrzennego charakteru zjawiska. Przemieszczenia w płaszczyźnie poziomej osiągają kilkukrotnie niższe wartości niż deformacje w kierunku linii pionu a także charakteryzują się mniejszą dynamiką zmian. Spośród nich większe wartości osiągają przemieszczenia w kierunku południkowym, co jest spowodowane transportem mas wody kontynentalnej wynikającym ze zmian pory roku. Jest to szczególnie dobrze widoczne na rys. 5.3 a) na terenie Eurazji i Afryki gdzie przemieszczenia w tym samym kierunku układają się pasami wzdłuż równoleżników (stref klimatycznych).



Rys. 5.5. Przemieszczenia punktów skorupy ziemskiej w kierunku linii pionu które nastąpiły pomiędzy: **a)** styczniem 2002 r. i czerwcem 2002 r. **b)** czerwcem 2002 r. i czerwcem 2012 r.

Pod względem obszaru występowania zjawiska, wśród krótkookresowych przemieszczeń pionowych, dominuje podnoszenie skorupy Ziemskiej. Długookresowe deformacje przedstawione na rys. 5.5 b) wykazują znaczne obniżanie powierzchni szczególnie w strefie klimatu równikowego, którego maksimum występuje na obszarze Amazonii i osiąga wartość -9 mm względem czerwca 2002 r. Podnoszenie skorupy Ziemskiej występuje wówczas na znacznym północno-wschodnim obszarze Ameryki Północnej (przeciętna prędkość podnoszenia do 2 mm/rok) oraz w centralnej części Eurazji.

Na rys. 5.6 przedstawiono przeciętną miesięczną wysokość słupa wody wykorzystanego modelu hydrologicznego. Przedstawione wartości zostały poddane wagiowaniu – uwzględniano rozmiar poszczególnych komórek modelu i powierzchnię sferycznej Ziemi.



Rys. 5.6. Przeciętna wysokość słupa wody w kolejnych miesiącach

Ponieważ dane zawarte w wykorzystanym modelu hydrologicznym nie obejmują terenu Grenlandii oraz obszarów podbiegunowych, wykazany powyżej wzrost wysokości słupa wody może być związany z przemieszczaniem mas następującym w wyniku procesów cyklu hydrologicznego.

Rozpatrywane powyżej przypadki deformacji w postaci efektu długookresowych zmian w hydrosferze przypadają na 6 i 126 miesięcy danych. Przeciętna wysokość słupa wody jest wówczas bliska wartością linii trendu i nie występują anomalie ilości danych hydrologicznych, tym samym dobrze obrazuje przeciętną wartość deformacji. Należy jednak pamiętać o tym, że zaprezentowane deformacje zostały obliczone dla konkretnego miesiąca i nie mają cech trendu – tzn. są podatne na lokalne anomalie wywołane np.: lokalną koncentracją wód kontynentalnych.

5.4 Przygotowanie obserwowanych przemieszczeń stacji GNSS do porównania z ich wartościami teoretycznymi

Podczas wyznaczania współrzędnej każdej ze stacji GNSS uwzględniane są modele zalecane w konwencjach IERS dotyczące:

- ruchu bieguna Ziemi,
- pływów ziemskich,
- efektu pośredniego pływów oceanicznych,

a także produkty IGS jak:

- precyzyjne orbity i zegary satelitów,

- precyzyjne parametry opóźnienia jonosferycznego i troposferycznego.

Współrzędne stacji GNSS obliczone przez poszczególne centra analiz są następnie wagowane i kombinowane dzięki czemu uzyskuje się najbardziej prawdopodobne współrzędne wybranych punktów skorupy ziemskiej. Obliczone w ten sposób współrzędne teoretycznie obarczone są wyłącznie wpływem efektów nie uwzględnianych w konwencjach IERS, a więc między innymi zawierają efekt obciążenia skorupy ziemskiej wywołane zmianami w hydrosferze lądowej co sugeruje, że obliczone deformacje powinny być mniejsze niż obserwowane przemieszczenia punktów.

Aby możliwe było porównywanie obserwowanych i modelowanych przemieszczeń stacji należało przeliczyć ich współrzędne do jednakowego układu współrzędnych oraz scentrować. Ponieważ naturalnym układem współrzędnych dla obliczanych deformacji jest układ lokalny wyrażono w nim także tygodniowe przemieszczenia wybranych stacji. Modelowane deformacje skorupy ziemskiej mają charakter ciągły, a dane zawarte w modelu WGHM odnoszą się do przeciętnego miesięcznego stanu hydrosfery lądowej. Z tego powodu obliczone wartości deformacji zostały przypisane do dnia wypadającego w połowie miesiąca, a następnie były interpolowane na epokę obserwacji GNSS za pomocą wielomianu sklejanego 3 stopnia.

Przed skorzystaniem z szeregów czasowych obserwowanych przemieszczeń stacji GNSS należało z sygnału usunąć obserwacje odstające, zidentyfikować punkty występowania nieciągłości a następnie usunąć trend osobno dla każdego fragmentu pomiędzy nieciągłościami. Jako obserwacje odstające szeregów czasowych GNSS przyjęto te, które przekroczyły odchylenie standardowe $3 \cdot m_0$ w danym szeregu. Wykrywanie nieciągłości wykonano częściowo automatycznie stosując filtr średniej ruchomej o szerokości okna równej 10% obserwacji w danym szeregu czasowym a częściowo manualnie. Ostatnim zabiegiem było usunięcie trendu z przygotowanych szeregów czasowych obserwowanych i modelowanych deformacji. Tak przygotowane zestawy sygnałów wykorzystano w dalszej części pracy. Wykresy zamieszczone na kolejnych stronach przedstawiają scentrowane szeregi czasowe obserwowanych i modelowanych przemieszczeń. Na każdym z nich zamieszczono również korelacje rozpatrywanych sygnałów oraz ich przesunięcie przy maksymalnej korelacji (wyrażone w liczbie próbek danych).

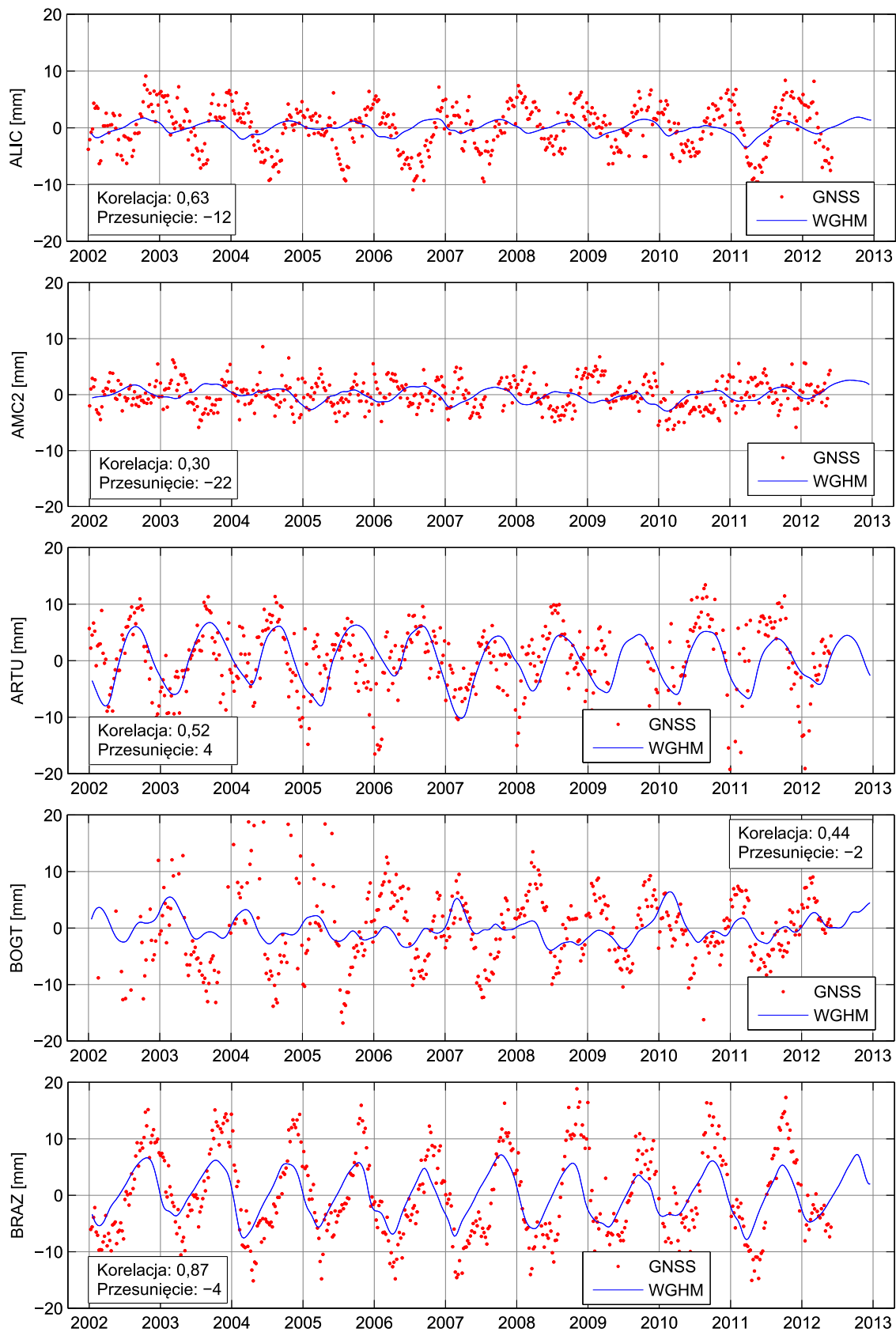
Współrzędne stacji należących do sieci IGS udostępniane są publicznie jako jeden z produktów działalności tej służby. Szeregi czasowe ich zmian wyrażone w lokalnym układzie współrzędnych zostały przygotowane dla celów niniejszej pracy przez dr. Tomasza Liwosza.

5.5 Deformacje na stacjach GNSS położonych w głębi lądu

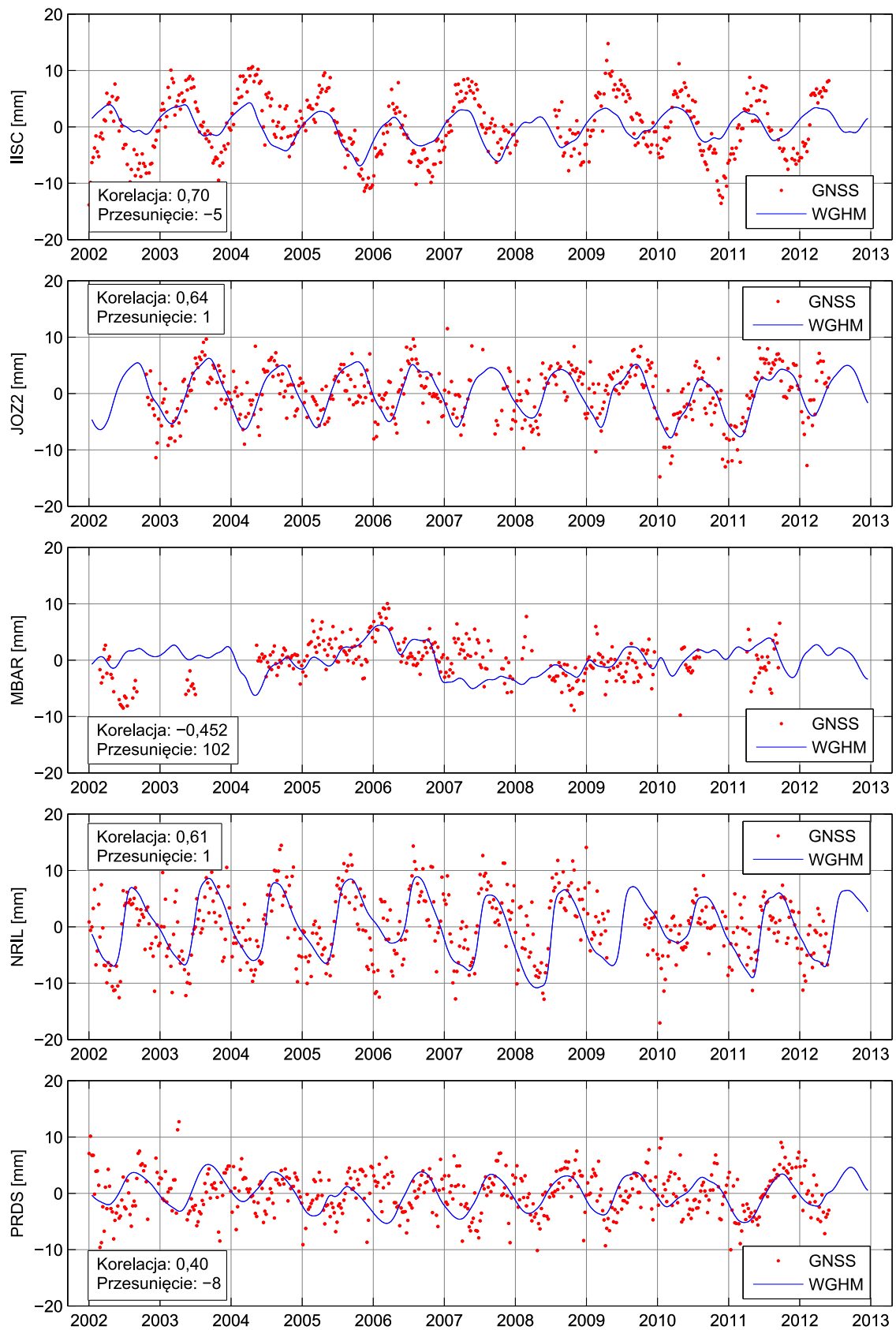
W ogólności modelowane przemieszczenia stacji są zgodne z ich obserwowanymi przemieszczeniami. Korelacje sygnałów 8 z 13 stacji były większe od 0,50. Spośród nich najlepszą zgodność pod względem wartości deformacji otrzymano dla stacji ARTU, JOZ2, NRIL, PRDS, WHIT i WTZR kiedy to modelowany współczynnik pozwala wyeliminować większość obserwowanego ruchu własnego stacji. W przypadku stacji ALIC, AMC2, BOGT, BRAZ, IISC otrzymano bardzo dobrą korelację sygnałów, ale modelowane wartości przemieszczeń są około dwa razy mniejsze niż obserwowane na tych stacjach. W przypadku stacji MBAR brakuje wielu epok obserwacyjnych przez co stacja powinna być odrzucona z dalszych analiz. Szczególnym przypadkiem jest stacja ULAB położona w Kazachstanie. Jej szeregi czasowe pochodzące z obserwacji GNSS wykazują wyraźny pionowy ruch skorupy oscylujący pomiędzy wartościami ok. -8 mm do 8 mm. Przemieszczenia pochodzące z modelu danych hydrologicznych nie przekraczają 1 mm. Obserwowany ruch stacji może być spowodowany bezpośrednim oddziaływaniem mas atmosferycznych na rozległym obszarze. W tabeli 5.3 zestawiono podstawowe cechy charakteryzujące analizowane sygnały. Do opisu zgodności obserwowanych i modelowanych przemieszczeń wybrano współczynnik korelacji oraz wzajemne przesunięcie sygnałów wyrażone w liczbie próbek. Na rys. 5.7, 5.8 oraz 5.9 zamieszczono również wykresy przemieszczeń stacji rozpatrywanych w paragrafie.

Tab. 5.3. Cechy porównywanych sygnałów stacji położonych w głębi lądu. Współczynnik korelacji dotyczy obserwowanych i modelowanych pionowych przemieszczeń; przesunięcie sygnałów wyrażono w liczbie próbek

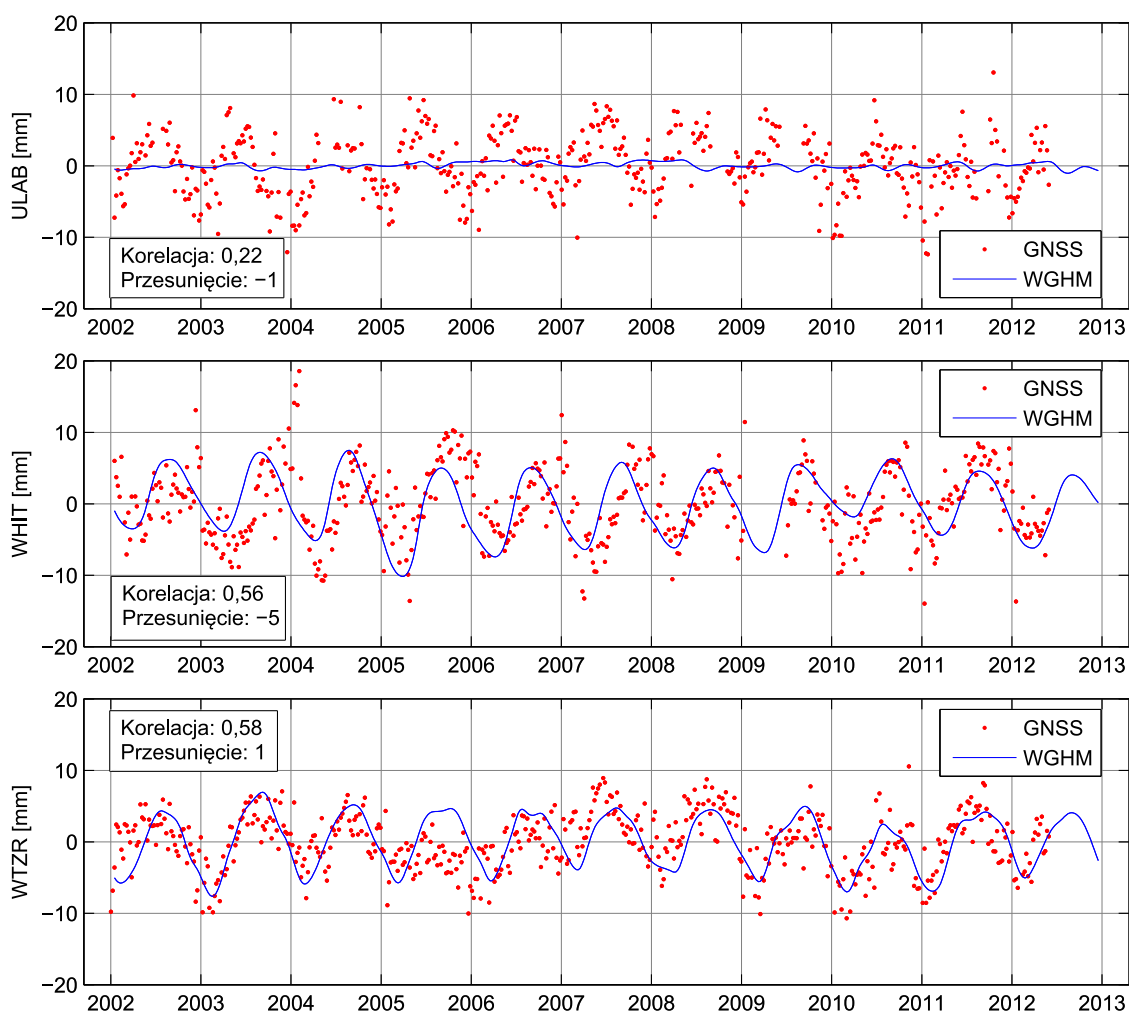
ID stacji	Współczynnik korelacji	Przesunięcie sygnałów [próbki]
ALIC	0,63	-12
AMC2	0,30	-22
ARTU	0,52	4
BOGT	0,44	-2
BRAZ	0,87	-4
IISC	0,70	-5
JOZ2	0,64	1
MBAR	-0,45	102
NRIL	0,61	1
PRDS	0,40	-8
ULAB	0,22	-1
WHIT	0,56	-5
WTZR	0,58	1



Rys. 5.7. Przemieszczenia pionowe stacji leżących w głębi lądu: ALIC, AMC2, ARTU, BOGT, BRAZ. Na wykresach zamieszczono informację o wzajemnej korelacji obserwowanych i modelowanych przemieszczeń oraz wzajemnym przesunięciu obu sygnałów wyrażonym w liczbie próbek



Rys. 5.8. Przemieszczenia pionowe stacji leżących w głębi lądu: IISC, JOZ2, MBAR, NRIL, PRDS. Na wykresach zamieszczono informację o wzajemnej korelacji obserwowanych i modelowanych przemieszczeń oraz wzajemnym przesunięciu obu sygnałów wyrażonym w liczbie próbek



Rys. 5.9. Przemieszczenia pionowe stacji leżących w głębi lądu: ULAB, WHIT, WTZR. Na wykresach zamieszczono informację o wzajemnej korelacji obserwowanych i modelowanych przemieszczeń oraz wzajemnym przesunięciu obu sygnałów wyrażonym w liczbie próbek

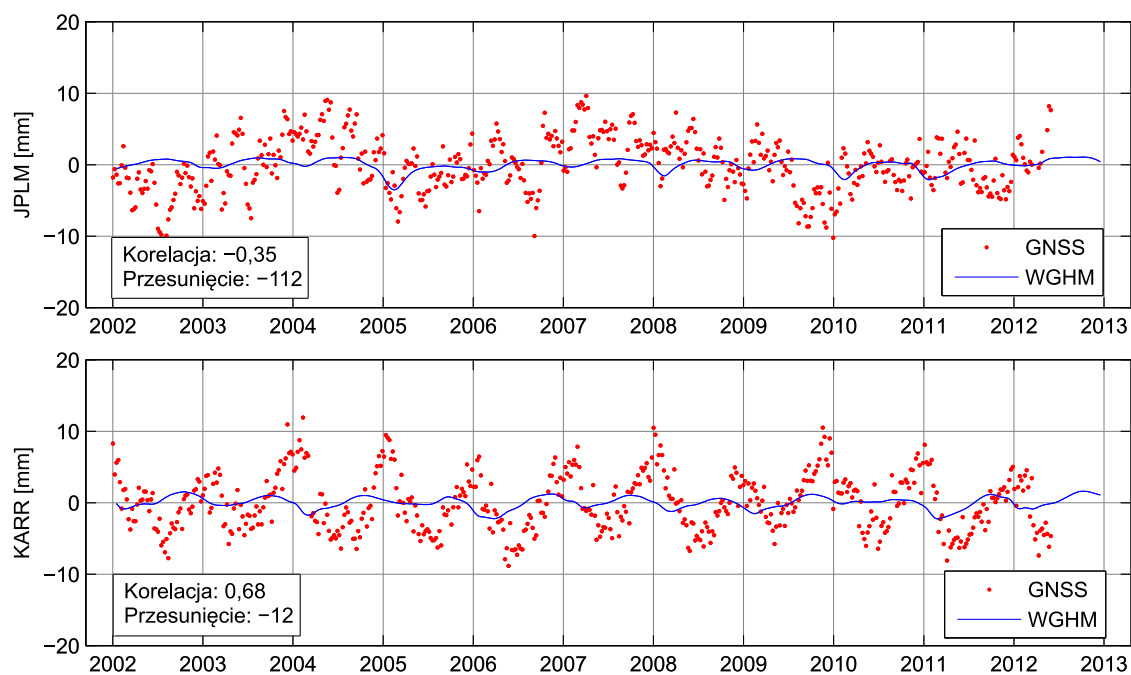
5.6 Deformacje na stacjach GNSS położonych w pobliżu linii brzegowej

Stacje położone w pobliżu linii brzegowej poza przemieszczeniami wynikającymi ze zmian ilościowych w hydrosferze lądowej mogą podlegać okresowym przemieszczeniom powstającym jako następstwo pośrednich pływów oceanicznych. W wykonywanych analizach pod uwagę wzięto siedem stacji położonych w odległości nie większej niż 200 km od najbliższego oceanu. Najlepsze wyniki modelowania deformacji osiągnięto dla stacji TLSE położonej we Francji w sąsiedztwie Zatoki Biskajskiej (Ocean Atlantycki) i Morza Śródziemnego o przemieszczeniach charakterystycznych dla stacji położonych w głębi lądu. Modelowana wartość przemieszczeń pozwala usunąć prawie cały obserwowany ruch własny stacji. Wpływ sąsiednich mas wodnych nie wpływa na ruch stacji co może być spowodowane podłożem geologicznym. W przypadku pozostałych stacji wartości modelowanych przemieszczeń były dużo mniejsze od obserwowanych. W przypadku stacji:

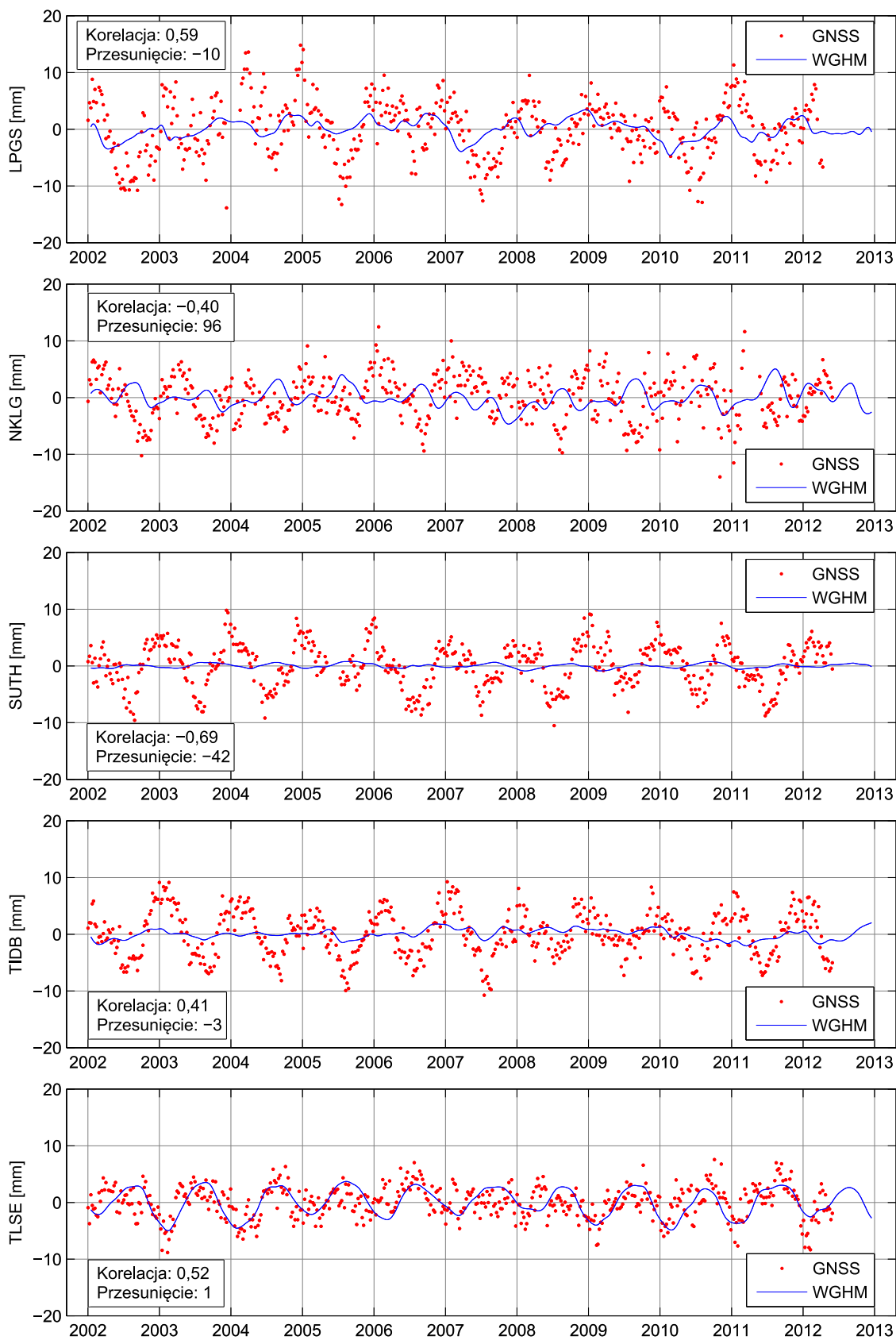
JPLM, NKLG, SUTH osiągnięto bardzo słabe wyniki korelacji sygnałów co objawia się bardzo dużym przesunięciem obu sygnałów. Dodatkowo w przypadku stacji SUTH, położonej w południowej Afryce podobnie jak w przypadku stacji ULAB modelowane przemieszczenia nie przekraczają 1 mm przy obserwowanym pionowym ruchu stacji oscylującym pomiędzy wartościami ok. -10 do 10 mm. Dla pozostałych stacji: KARR, LPGS i TIDB otrzymano większe wartości współczynników korelacji (mniejszy niż 0,50 tylko w przypadku stacji TIDB). W tabeli 5.4 zestawiono podstawowe cechy charakteryzujące analizowane sygnały. Do opisu zgodności obserwowanych i modelowanych przemieszczeń wybrano współczynnik korelacji oraz wzajemne przesunięcie sygnałów wyrażone w liczbie próbek. Na rys. 5.10 oraz 5.11 zamieszczono również wykresy przemieszczeń stacji rozpatrywanych w paragrafie.

Tab. 5.4. Cechy porównywanych sygnałów stacji położonych w pobliżu linii brzegowej. Współczynnik korelacji dotyczy obserwowanych i modelowanych pionowych przemieszczeń; przesunięcie sygnałów wyrażono w liczbie próbek

ID stacji	Współczynnik korelacji	Przesunięcie sygnałów [próbki]
JPLM	-0,35	-112
KARR	0,68	-12
LPGS	0,59	-10
NKLG	-0,40	96
SUTH	-0,69	-42
TIDB	0,41	-3
TLSE	0,52	1



Rys. 5.10. Przeszczenia pionowe stacji leżących w pobliżu linii brzegowej: JPLM, KARR. Na wykresach zamieszczono informację o wzajemnej korelacji obserwowanych i modelowanych przemieszczeń oraz wzajemnym przesunięciu obu sygnałów wyrażonym w liczbie próbek



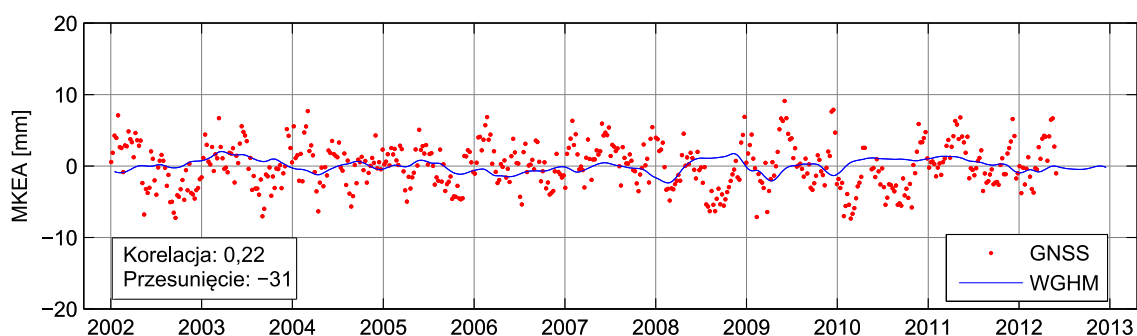
Rys. 5.11. Przeszczenia pionowe stacji leżących w pobliżu linii brzegowej: LPGS, NKLK, SUTH, TIDB, TLSE. Na wykresach zamieszczono informację o wzajemnej korelacji obserwowanych i modelowanych przemieszczeń oraz wzajemnym przesunięciu obu sygnałów wyrażonym w liczbie próbek

5.7 Deformacje na stacjach GNSS położonych na wyspach

Pod uwagę wzięto trzy stacje położone na wyspach. Dwie z nich: MKEA i OUS2 znajdowały się w znacznej odległości od najbliższych kontynentów. Podobnie jak w przypadku stacji, dla których brakuje danych modelu WGHM pomijane jest najbliższe sąsiedztwo punktu co może zaburzać wyniki modelowanych deformacji. Stacja RESO położona na jednej z wysp Archipelagu Arktycznego (wyspa Cornwallis), może zachowywać się jak stacja położona w głębi lądu lub stacja znajdująca się na wybrzeżu ze względu na znajomość danych modelu hydrologicznego w najbliższym sąsiedztwie. W każdym przypadku otrzymano mały współczynnik korelacji oraz duże wartości przesunięcia sygnałów. Modelowane deformacje stacji MKEA są ponad dwa razy mniejsze niż wartości obserwowane. W przypadku stacji OUS2 modelowane deformacje nie przekraczają 1 mm mimo wyraźnego ruchu pionowego stacji oscylującego pomiędzy wartościami ok. -8 mm do 10 mm. W przypadku stacji RESO modelowane przemieszczenia osiągają wartości bliskie obserwowanym. W tabeli 5.5 zestawiono podstawowe cechy charakteryzujące analizowane sygnały. Do opisu zgodności przemieszczeń wybrano współczynnik korelacji oraz wzajemne przesunięcie sygnałów wyrażone w liczbie próbek. Na rys. 5.12 i 5.13 zamieszczono również wykresy przemieszczeń stacji rozpatrywanych w paragrafie.

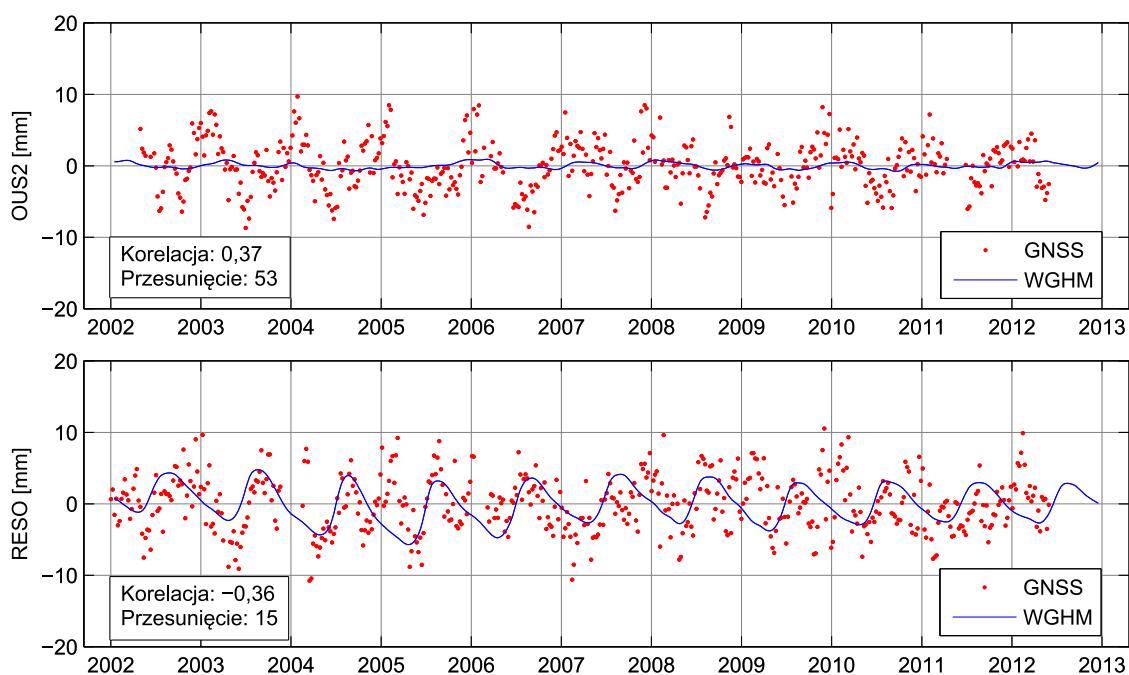
Tab. 5.5. Cechy porównywanych sygnałów stacji położonych na wyspach. Współczynnik korelacji dotyczy obserwowanych i modelowanych pionowych przemieszczeń; przesunięcie sygnałów wyrażono w liczbie próbek

ID stacji	Współczynnik korelacji	Przesunięcie sygnałów [próbki]
MKEA	0,22	-31
OUS2	0,37	53
RESO	-0,36	15



Rys. 5.12. Przeszczenia pionowe stacji leżących na wyspach: MKEA.

Na wykresie zamieszczono informację o wzajemnej korelacji obserwowanych i modelowanych przemieszczeń oraz wzajemnym przesunięciu obu sygnałów wyrażonym w liczbie próbek



Rys. 5.13. Przeszczenia pionowe stacji leżących na wyspach: OUS2, RESO. Na wykresach zamieszczono informację o wzajemnej korelacji obserwowanych i modelowanych przemieszczeń oraz wzajemnym przesunięciu obu sygnałów wyrażonym w liczbie próbek

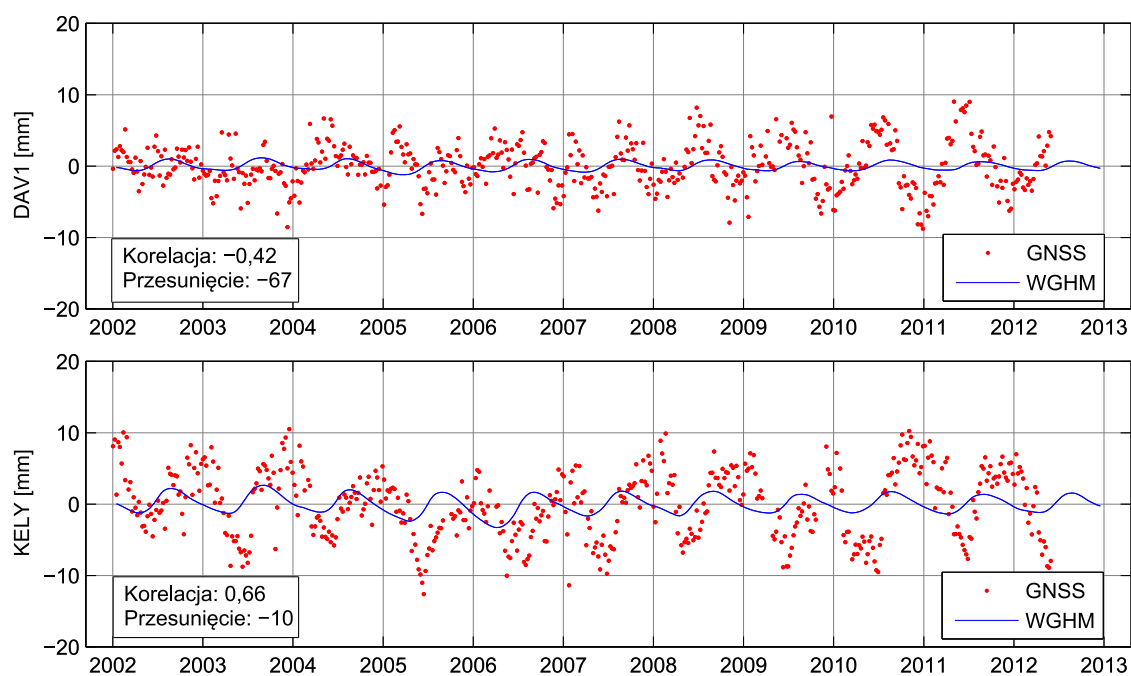
5.8 Deformacje na stacjach GNSS dla których brakuje danych modelu WGHM

Jako stacje testowe dla których brak jest danych modelu WGHM wybrano: KELY (Grenlandia) i DAV1 (Antarktyda). Obie znajdują się na stałym lądzie w pobliżu linii brzegowych i należało by oczekiwać, że modelowane i obserwowane przemieszczenia będą zgodne z wynikami otrzymywanymi dla tak położonych stacji. Ponieważ jednak obliczenia prowadzone są z pominięciem najbliższego sąsiedztwa stacji, w obu przypadkach zasobnego w znaczną ilość wody w postaci śniegu, wyniki obliczeń mogą być obarczone zaburzeniami, których następstwem będzie mniejsza amplituda modelowanego sygnału oraz wyraźne przesunięcie względem obserwacji. Druga z anomalii jest szczególnie dobrze widoczna w przypadku stacji KELY, gdzie otrzymano wysoki współczynnik korelacji (0,66) dla przesunięcia (opóźnienia) wynoszącego -10 próbek. W obu przypadkach obliczone wartości przemieszczeń są znacznie mniejsze niż obserwowane. Gorsze wyniki otrzymano dla stacji DAV1, gdzie uzyskano niższy współczynnik korelacji oraz znaczne przesunięcie sygnałów. Ich wysoka zgodność wizualna jest przypadkowa ponieważ przemieszczenia tej stacji są następstwem obciążania skorupy Ziemskiej wyłącznie przez masy hydrosfery lądowej znacznie oddalonych kontynentów. W przypadku stacji KELY, znajdującej się względnie blisko Ameryki Północnej, zaniedbywanie najbliższego sąsiedztwa ma mniejszy wpływ na wyniki obliczeń. W tabeli 5.6 zestawiono podstawowe cechy charakteryzujące analizo-

wane sygnały. Zgodność obserwowanych i modelowanych przemieszczeń wyrażono przez współczynnik korelacji oraz wzajemne przesunięcie obu sygnałów wyrażone w liczbie próbek. Na rys. 5.14 zamieszczono również wykresy przemieszczeń stacji rozpatrywanych w paragrafie.

Tab. 5.6. Cechy porównywanych sygnałów stacji dla których brak danych modelu WGHM. Współczynnik korelacji dotyczy obserwowanych i modelowanych pionowych przemieszczeń; przesunięcie sygnałów wyrażono w liczbie próbek

ID stacji	Współczynnik korelacji	Przesunięcie sygnałów [próbki]
DAV1	-0,42	-67
KELY	0,66	-10



Rys. 5.14. Przemieszczenia pionowe stacji dla których brak danych modelu WGHM: DAV1, KELY. Na wykresach zamieszczono informację o wzajemnej korelacji obserwowanych i modelowanych przemieszczeń oraz wzajemnym przesunięciu obu sygnałów wyrażonym w liczbie próbek

6. Podsumowanie i wnioski końcowe

Przedmiotem pracy były zagadnienia związane z badaniami deformacji skorupy ziemskiej jako odpowiedzi na obciążenia powodowane przez hydrosferę lądową. Analizy dotyczące zgodności obserwowanych i modelowanych pionowych przemieszczeń wykonano w oparciu o 25 stacji kontrolnych których przynależność do jednej z czterech grup określono na podstawie położenia stacji i prowadziły do następujących wniosków:

1. W niniejszej pracy zastosowano podejście podziału sfery na strefy i sektory w którym liczba sektorów każdej strefy jest stała niezależnie od szerokości geograficznej obliczanego segmentu. Wykonane analizy wykazały, że dla poprawności modelowanych przemieszczeń punktu w zastosowanym podejściu większe znaczenie ma przyjęcie krótszej odległości pomiędzy sąsiednimi strefami niż zwiększanie liczby segmentów w strefie (zmniejszanie rozwartości figur sferycznych).
2. Analiza dokładności obliczeń wykonanych programami: autora, SPOTL oraz grat wykazała zbieżność wyników. Ewentualne różnice zależą od sposobu podziału strefy na sektory oraz przyjętych (źródłowych) wartości funkcji Greena. Nie są one jednak na tyle istotne aby znacząco poprawić korelacje obserwowanych i modelowanych sygnałów pionowych przemieszczeń.
3. Wartość korelacji przemieszczeń punktów skorupy ziemskiej oraz przesunięcie obu sygnałów jest ściśle zależna od jakości szeregów czasowych rejestrowanych na stacjach GNSS. Przy ich opracowywaniu powinno się uwzględniać dodatkowe informacje np.: dotyczące trzęsień Ziemi.
4. Badanie korelacji obserwowanych i obliczanych przemieszczeń powinno obejmować znaczną część stacji wchodzące w skład sieci satelitarnych jak np.: IGS, co pozwoli wyciągnąć wnioski na temat lokalnego i regionalnego charakteru przestrzennego deformacji powierzchni Ziemi.
5. Deformacje skorupy ziemskiej w kierunku linii pionu osiągają około 10 krotnie większe wartości niż deformacje w płaszczyźnie poziomej - spośród nich większe wartości osiągają te w kierunku południka. W związku ze zwiększaniem ilości wody

cyklu hydrologicznego w kolejnych latach należy oczekiwać dalszego powiększania wartości deformacji.

6. W każdym przypadku porównywanych przemieszczeń stacji kontrolnych wartości modelowane są mniejsze od obserwowanych co pozostawia miejsce na dodatkowe efekty, których modele nie są zwarte w konwencji IERS.
7. W przypadku stacji położonych w głębi lądu modelowane i obserwowane deformacje charakteryzują się bardzo wysoką zgodnością. Wprowadzenie poprawek do ich położenia pozwoli usunąć znaczną część ruchu własnego stacji.
8. Modelowane przemieszczenia stacji RESO położonej na jednej z wysp Archipelagu Arktycznego cechują się amplitudami i współczynnikiem korelacji charakterystycznym dla stacji położonych w głębi lądu, co najprawdopodobniej spowodowane jest zachowaniem ciągłości danych modelu hydrologicznego w otoczeniu stacji.
9. Szeregi czasowe obliczonych przemieszczeń dla stacji zakwalifikowanych do pozostałych grup charakteryzują się dużo niższymi wartościami względem obserwowanych deformacji, słabszymi współczynnikami korelacji sygnałów oraz ich większymi przesunięciami. W dalszych pracach poświęconych badaniu deformacji skorupy ziemskiej należy wziąć pod uwagę dodatkowe efekty deformujące będące następstwem pośredniego efektu pływów oceanicznych czy obciążeniami atmosferycznymi.
10. Szczególnym przypadkiem są stacje ULAB, SUTH i TIDB oraz OUS2 zakwalifikowane w ramach pracy jako stacje leżące odpowiednio: w głębi lądu, w pobliżu linii brzegowej oraz na wyspie, dla których przemieszczenia pochodzące z modelu danych hydrologicznych prawie nie występują. Ich amplitudy nie przekraczają 1 mm (2 mm w przypadku stacji TIDB).

7. Literatura

- Agnew, D. C. (2012). *SPOTL: Some Programs for Ocean-Tide Loading*, SIO Technical Report, Scripps Institution of Oceanography;
<http://igppweb.ucsd.edu/~agnew/Spotl/spotlmain.html>
- Benavent, M., Arnosó, J., Montesinos, F. G. (2005). *Computation of surface displacements, tilt and gravity variations due to ocean tide loading*. Física de la Tierra, str. 97-112, ISSN: 0214-4557
- Döll, P., Alcamo, J., Henrichs, T., Kaspar, F., Lehner, B., Rösch, T., Siebert, S. (2001). *The Global Integrated Water Model WaterGAP 2.1*. EuroWasser: The global integrated water model WaterGAP 2.1, str. 2.1-2.18.
- Döll, P., Kaspar, F., Lehner, B. (2003). *A global hydrological model for deriving water availability indicators: model tuning and validation*. Journal of Hydrology, 270.1-2, str. 105-134.
- Farrell, W. E. (1972). *Deformation of the Earth by surface loads*. Reviews of Geophysics and Space Physics, 10.3, str. 761-797.
- Güntner, A., Stuck, J., Werth, S., Döll, P., Verzano, K., Merz, B. (2007). *A global analysis of temporal and spatial variations in continental water storage*. Water Resources Research, 43, W05416, DOI:10.1029/2006WR005247.
- Hunger, M. i Döll, P. (2008). *Value of river discharge data for global-scale hydrological modeling*. Hydrology and Earth System Sciences, 12 str.841-861.
DOI:10.5194/hess-12-841-2008,
<http://www.hydrol-earth-syst-sci.net/12/841/2008/hess-12-841-2008.html>
- IERS Conventions (2010). Gérard Petit and Brian Luzum (eds.). *IERS Technical Note ; 36*, Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010. 179 str., ISBN 3-89888-989-6,
http://www.iers.org/nn_11216/IERS/EN/Publications/TechnicalNotes/tn36.html
- Rajner, M., Liwosz, T. (2011). *Studies of crustal deformation due to hydrological loading on GPS height estimates*. Geodesy and Cartography, 60.2, str. 137-146.
DOI 10.2478/v10277-012-0012-y,
<http://versita.metapress.com/content/t21534116346m623/>
- Rajner, M. (2013). *grat - open source software for computing atmospheric gravity correction numerical weather models*. IAG General Assembly, Potsdam, 1-6.09.2013.
<https://code.google.com/p/grat/>
- Van Dam, T., Plag, H.-P., Francis, O., Gegout, P. (2003). GGFC Special Bureau for Loading: Current Status and Plans. Proceedings of the IERS Workshop on Combination Research and Global Geophysical Fluids. Bavarian Academy of Sciences, Munich, Germany, 18 – 21, *IERS Technical Note: 30*, str. 180-198,
http://www.iers.org/nn_11216/IERS/EN/Publications/TechnicalNotes/tn30.html

Źródła internetowe

- National Aeronautics and Space Administration (2013): *Global Land Data Assimilation System (GLDAS) Data Products*. Listopad 2013,
<http://disc.sci.gsfc.nasa.gov/services/grads-gds/gldas>

8. Załączniki

Załącznik nr 1 – Wartości obciążeniowych liczb Love'a

Wartości obciążeniowych liczby Love'a w zależności od stopnia n rozwinięcia wielomianów Legendre'a dla modelu Ziemi wg Gutenberga i Bullena (Farrell, 1972).

n	$-h_n$	nl_n	$-nk_n$
1	0,290	0,113	0,000
2	1,001	0,059	0,615
3	1,052	0,223	0,585
4	1,053	0,247	0,528
5	1,088	0,243	0,516
6	1,147	0,245	0,535
8	1,291	0,269	0,604
10	1,433	0,303	0,682
18	1,893	0,452	0,952
32	2,379	0,680	1,240
56	2,753	0,878	1,402
100	3,058	0,973	1,461
180	3,474	1,023	1,591
325	4,107	1,212	1,928
550	4,629	1,460	2,249
1000	4,906	1,623	2,431
1800	4,953	1,656	2,465
3000	4,954	1,657	2,468
10000	4,956	1,657	2,469
∞^*	5,005	1,673	2,482

* aproksymacja Boussinesq'a

Załącznik nr 2 – Wartości współczynników funkcji Greena

Wartości współczynników funkcji Greena określone dla modelu Ziemi opracowanego przez Gutenberga i Bullena (dla obciążenia masą 1 kg) w zależności od odległości sferycznej od masy punktowej (Farrell, 1972).

Odległość sferyczna θ [°]	Przeszczenia radialne [$\times 10^{12}(a\theta)$]	Przeszczenia tangencjalne [$\times 10^{12}(a\theta)$]	Odległość sferyczna θ [°]	Przeszczenia radialne [$\times 10^{12}(a\theta)$]	Przeszczenia tangencjalne [$\times 10^{12}(a\theta)$]
0,0001	-33,64	-11,25	6,0	-4,660	-2,156
0,0010	-33,56	-11,25	7,0	-4,272	-1,915
0,0100	-32,75	-11,24	8,0	-3,999	-1,754
0,0200	-31,86	-11,21	9,0	-3,798	-1,649
0,0300	-30,98	-11,16	10,0	-3,640	-1,582
0,0400	-30,12	-11,09	12,0	-3,392	-1,504
0,0600	-28,44	-10,90	16,0	-2,999	-1,435
0,0800	-26,87	-10,65	20,0	-2,619	-1,386
0,1000	-25,41	-10,36	25,0	-2,103	-1,312
0,1600	-21,80	-9,368	30,0	-1,530	-1,211
0,2000	-20,02	-8,723	40,0	-0,292	-0,926
0,2500	-18,36	-8,024	50,0	0,848	-0,592
0,3000	-17,18	-7,467	60,0	1,676	-0,326
0,4000	-15,71	-6,725	70,0	2,083	-0,223
0,5000	-14,91	-6,333	80,0	2,057	-0,310
0,6000	-14,41	-6,150	90,0	1,643	-0,555
0,8000	-13,69	-6,050	100,0	0,920	-0,894
1,0	-13,01	-5,997	110,0	-0,025	-1,247
1,2	-12,31	-5,881	120,0	-1,112	-1,537
1,6	-10,95	-5,475	130,0	-2,261	-1,706
2,0	-9,757	-4,981	140,0	-3,405	-1,713
2,5	-8,519	-4,388	150,0	-4,476	-1,540
3,0	-7,533	-3,868	160,0	-5,414	-1,182
4,0	-6,131	-3,068	170,0	-6,161	-0,657
5,0	-5,237	-2,523	180,0	-6,663	0,000

gdzie:

$a = 6,371 \times 10^6$ m – promień sferycznej Ziemi,

θ – odległość sferyczna od punktu obciążenia wyrażona w radianach

Załącznik nr 3 – Kod źródłowy programu który posłużył do obliczania deformacji

----- Plik: wiele_miesiący.m -----

```
% oblicza deformacje w punkcie o zadanych współrzędnych w ciągu wielu
% miesięcy
clear
delete Earth_def_fi_la_neu.txt

load green_function.mat
load WGHM.mat

fi0 = 67.0;
la0 = -50.9;

% pętla dzieli dane z modelu WGHM na kolejne miesiące
for k = 1:length(WGHM)/360;
    fprintf('Miesiąc: %3i/%3i\n', k, length(WGHM)/360)
    month_model = WGHM(k*360-359:k*360,:);

    [ n, e, u ] = Earth_deformation(fi0, la0, grn1, month_model);

end
```

----- Plik: Earth_deformation.m -----

```
function [ n, e, u ] = Earth_deformation( fi0, la0, green_fun,
Hydrology_model )

% funkcja Earth_deformation służy do obliczania deformacji powierzchni
% Ziemi
%
% jako odpowiedzi jej powierzchni przez masy zawarte w hydrosferze lądowej
%
% fi0, la0          Współrzędne punktu dla którego obliczane są deformacje,
%                  powinny przyjmować wartości w stopniach dziesiętnych
%
% green_fun        Współczynniki funkcji Greena definiujące odpowiedź
%                  skorupy ziemskiej na obciążenia jej powierzchni masą
%                  punktową.
%                  Struktura danych: 3 kolumny zawierające odpowiednio
%                  poszczególne odległości sferyczne od punktu obciążenia
%                  oraz współczynniki funkcji Green'a opisujące deformacje
%                  w kierunku radialnym i tangencjalnym.
%                  Współczynniki w 2. i 3. kolumnie powinny zawierać
%                  znormalizowane wartości (ich denormalizacja zależna od
%                  promienia sferycznej ziemi oraz odległości sferycznej
%                  punktu obciążenia odbywa się w trakcie działania
%                  programu)
%                  Interpolacja wartości współczynników funkcji Green'a na
%                  odległości sferyczne pomiędzy odległościami zawartymi w
%                  pierwszej kolumnie tabeli wykonywana jest za pomocą
%                  wielomianu sklejanego trzeciego stopnia.
%
% Hydrology_model  model danych hydrologicznych o rozdzielczości
%                  przestrzennej
%                  0,5 stopnia (jeden miesiąc danych obejmuje 360 wierszy,
%                  720 kolumn) który każdej komórce przypisuje ilości wody
%                  jako równowagę słupa świeżej wody o podstawie
%                  0,5x0,5 stopnia i wysokości wyrażonej w milimetrach.
%                  Brak danych w modelu oznaczono jako NaN (Not a Number).
```

```

%% zmienne/parametry dodatkowe
format long;

%load green_function.mat
grn = green_fun; %grn1

%load Hmodel.mat
Hydro_model = Hydrology_model; %Hmodel.mat

ro = 1000; % kg/m^3
filename = 'Earth_def_fi_la_neu.txt';
%% parametry kształtu powierzchni odniesienia
% parametry kształtu sferycznej Ziemi
a = 6371000;
e2 = 0.0;

%% Algorytm

% wysokość słupa wody w punkcie w którym obliczane są deformacje
H0 = hydro(Hydro_model, fi0, la0);

% ponieważ przeznaczeniem programu jest obliczanie deformacji na terenie
% lądów obliczenia nie są wykonywane na obszarach dla których brak danych
% modelu WGHM
if isnan(H0) == 1
    fprintf('Punkt nie leży na lądzie lub niepewne dane modelu WGHM.\n')
    % aby nie wykonywać obliczeń dla niepewnych danych modelu WGHM należy
    % zakomentować poniższy "end" i odkomentować fragment pomiędzy
    % wykrzyknikami
end
%---!!!---
%{
    n = 0; e = 0; u = 0;

    fileID = fopen(filename, 'at');
    fprintf(fileID, '%2.1f %3.1f %2.8f %2.8f %2.8f\n', fi0, la0, n, e, u);
    fclose(fileID);

else
%}
%---!!!---
    dAz = 3; % stopni(e) - rozwartość elementarnej figury
    ds = 500; % podstawowa odległość całkowania [m]

    R = a;
    r = ((pi*R)); % maksymalna odległość całkowania - antypody
    nds = floor(r/ds); % ilość kroków całkowania

    % współrzędne punktu antypodalnego stacji GNSS i wysokość słupa wody w
    % tym punkcie
    [fi5, la5] = directVincenty(fi0, la0, 0, pi*R, a, e2);
    H5 = hydro(Hydro_model, fi5, la5);

    % tworzenie pustych tablic o rozmiarze zależnym od kroku całkowania i
    % rozwartości elementarnej figury - w celu skrócenia czasu wykonywania
    % programu
    fig_area = zeros(nds+1, (360/dAz));
    fig_hydro = zeros(nds+1, (360/dAz));
    fig_mdistance = zeros(nds+1, (360/dAz));
    fig_mazymut = zeros(nds+1, (360/dAz));

```

```

s = 1:nds;

for Az = 0:(360/dAz)-1;
    Azymut = Az*dAz; %azymut (symetralna) figury
    Az1 = Azymut-(dAz/2);
    Az2 = Azymut+(dAz/2);
    fig_mazymut(:,Az+1) = Azymut;

    % wpływu jednego segmentu elementarnego trójkąta w danej strefie w
    % sąsiedztwie punktu w którym obliczane są deformacje
    s1 = s(1)*ds;
    [Area, H_hydro, dist] = triangle( fi0, la0, Az1, Az2, s1, a, e2,
Hydro_model);
    fig_area(1,Az+1) = Area;
    fig_hydro(1,Az+1) = H_hydro;
    fig_mdistance(1,Az+1) = dist;

    % wpływu jednego segmentu elementarnego trapezu w danej strefie
    s2 = (s(1,1:nds-1)*ds);
    s3 = (s(1,2:nds)*ds);
    [ Area, H_hydro, dist ] = trapezoid(fi0, la0, Az1, Az2, s2, s3, a,
e2, Hydro_model);
    fig_area(2:end-1,Az+1) = Area';
    fig_hydro(2:end-1,Az+1) = H_hydro';
    fig_mdistance(2:end-1,Az+1) = dist';

    % wpływu jednego segmentu elementarnego trójkąta w strefie w
    % sąsiedztwie punktu antypodalnego
    s4 = r - nds*ds;
    [Area, H_hydro, dist] = triangle( fi5, la5, Az1, Az2, s4, a, e2,
Hydro_model);
    dist = pi*R - dist;
    fig_area(end,:) = Area;
    fig_hydro(end,:) = H_hydro;
    fig_mdistance(end,:) = dist;

end

% obliczenie wartości obciążeń w funkcji odległości sferycznej
s = (grn(:,1));
L1_radial(:,1) = grn(:,2);
L2_tangent(:,1) = grn(:,3);

theta = deg2rad(s);

%denormalizacja wartości obciążeń
L1_radial = L1_radial ./ (a.*theta.*(10^12));
L2_tangent = L2_tangent ./ (a.*theta.*(10^12));

dist = fig_mdistance.*(180/(pi*a));

% interpolacja współczynników funkcji Green'a na wartości przeciętnej
% odległości sferycznej każdego segmentu - wielomian sklepany 3 stopnia
G_radial = interp1(s,L1_radial,dist,'spline');
G_tangent = interp1(s,L2_tangent,dist,'spline');

% sumowanie wpływu poszczególnych segmentów na deformacje w kierunku linii
% pionu
D_radial = G_radial.*fig_hydro.*fig_area;
nany = isnan(D_radial);

```

```

D_radial(nany) = 0;
u = ro*sum(sum(D_radial));

% sumowanie wpływu poszczególnych segmentów na deformacje w kierunku
% południka i równoleżnika
D_tangent = G_tangent.*fig_hydro.*fig_area;
nany = isnan(D_tangent);
D_tangent(nany) = 0;
N = D_tangent.*(-cos(deg2rad(fig_mazymut)));
E = D_tangent.*(-sin(deg2rad(fig_mazymut)));
n = ro*sum(sum(N));
e = ro*sum(sum(E));

%zapis wartości deformacji do pliku
fileID = fopen(filename, 'at');
fprintf(fileID, '%2.1f %3.1f %2.8f %2.8f %2.8f\n', fi0, la0, n, e, u);
fclose(fileID);

end

```

----- Plik: hydro.m -----

```

function [ H ] = hydro( Hydro_model, fi, la )
% Funkcja hydro służy obliczaniu wysokości słupa wody w punkcie o
% wskazanych współrzędnych
%
% Hydro_model    model danych hydrologicznych o rozdzielczości przestrzennej
%                0,5 stopnia (jeden miesiąc danych obejmuje 360 wierszy,
%                720 kolumn) który każdej komórce przypisuje ilości wody
%                jako równowagę słupa świeżej wody o podstawie 0,5x0,5
%                stopnia i wysokości wyrażonej w milimetrach.
%                Brak danych w modelu oznaczono jako NaN (Not a Number).
%
% fi, la         współrzędne punktu w którym określana jest wysokość słupa
%                wody
%
% Wysokości słupa wody w samym punkcie jest obliczana jako średnia
% arytmetyczna wysokości słupa wody zlokalizowanych w czterech
% punktach sąsiednich.

%% Algorytm

% Seria testów logicznych w postaci wektorowej zwracająca numery kolumn
% i wierszy punktów zlokalizowanych w sąsiedztwie punktu w którym określane
% są deformacje
Urow = ceil(fi/0.5)+180';
Lrow = Urow;
Rcol = ceil(la/0.5)';
zero = (Rcol == 0)*720;
znak = sign(Rcol);
znak(znak == 1) = 0;
znak = znak.*-720;
Rcol = Rcol+zero;
Rcol = Rcol+znak;
Lcol = Rcol;
grid_fi = mod(fi,0.5) == 0;
Urow = Urow + grid_fi;
grid_la = mod(la,0.5) == 0;
Rcol = Rcol + grid_la';
Urow = Urow';
Lrow = Lrow';

```



```

% określa indeks elementów (pomocniczych) współrzędnych, zlokalizowanych w
% sąsiedztwie punktu dla którego określane są deformacje
H_NE_idx = sub2ind(size(Hydro_model), Urow, Rcol);
H_SE_idx = sub2ind(size(Hydro_model), Lrow, Rcol);
H_SW_idx = sub2ind(size(Hydro_model), Lrow, Lcol);
H_NW_idx = sub2ind(size(Hydro_model), Urow, Lcol);

% zwraca wysokość słupa wody dla każdej pomocniczej współrzędnej
H_NE = Hydro_model(H_NE_idx);
H_SE = Hydro_model(H_SE_idx);
H_SW = Hydro_model(H_SW_idx);
H_NW = Hydro_model(H_NW_idx);

[x] = [H_NE, H_SE, H_SW, H_NW]';

% oblicza średnią arytmetyczną z wysokości współrzędnych pomocniczych, suma
% i dzielenie z pominięciem "nie liczb" (NaN)

[H] = nanmean(x);

end

```

----- Plik: triangle.m -----

```

function [ Area, H_hydro, dist ] = triangle( fi0, la0, Az1, Az2, s, a, e2,
Hydro_model )
% funkcja trapezoid służy obliczaniu cech trójkąta sferycznego wpływających
% na deformacje skorupy ziemskiej pochodzące od hydrosfery lądowej
%
% fi0, la0      szerokość i długość geodezyjna punktu którego deformacje
%              się oblicza, wartości podawać w stopniach dziesiętnych
% Az1, Az2     azymuty do lewego i prawego wierzchołka trójkąta, wartość
%              podawać w stopniach dziesiętnych
% s            długość linii geodezyjnej, odległość całkowania, podawać w
%              metrach
%
% a            promień równikowy przyjętej powierzchni odniesienia,
%              podawać wmetrach
%
% e2          kwadrat pierwszego mimośrodu przyjętej powierzchnia
%              odniesienia
%
% Hydro_model  jedna epoka danych modelu hydrologicznego
%
% Area        pole powierzchni trójkąta sferycznego, wyrażone w metrach
%              kwadratowych
% H_hydro     przeciętna wysokość słupa wody na obszarze trójkąta
%              sferycznego, wyrażona w milimetrach
%
% dist        odległość do środka figury
%
%% obliczenie pola figura

% rozwartość trójkąta sferycznego
A = Az2-Az1;

% obliczenie współrzędnych pozostałych wierzchołków trójkąta sferycznego
[fi1, la1] = directVincenty(fi0, la0, Az1, s, a, e2); %[fi1, la1, a01,
a10]

```

```

[fi2, la2] = directVincenty(fi0, la0, Az2, s, a, e2); %[fi2, la2, a02,
a20]

% zastosowanie metody Vincentego (zadanie wstecz) do obliczenia odległości
% metrycznej pomiędzy w/w wierzchołkami
[s12] = inverseVincenty(fi1, la1, fi2, la2, a, e2); %[s12, a12, a21]
s12 = round(s12*10000)/10000; %zaokrągla odległość do 0.000001m

% przeliczenie odległości metrycznej na wartość wyrażoną w radianach
s01 = deg2rad(s*360/(2*pi*a));
s12 = deg2rad(s12*360/(2*pi*a)); %[rad]

% obliczanie nadmiaru sferycznego - L'Huilier's Theorem
d = (s12+2*s01)/2;
E = (atan(sqrt(tan(d./2).*tan((d-s12)./2).*tan((d-s01)./2).*tan((d-
s01)./2)))).*4;
Area = E*a^2;

%% obliczenie średniej wysokości słupa wody w figurze

[H0] = hydro(Hydro_model,fi0,la0).*ones(size(fi1));
[H1] = hydro(Hydro_model,fi1(:),la1(:));
[H2] = hydro(Hydro_model,fi2(:),la2(:));

[x] = [H0; H1; H2];

% oblicza średnią arytmetyczną z wysokości słupa wody w punktach
% pomocniczych z pominięciem "nie liczb" (NaN)

H_hydro = nanmean(x);

%% odległość środka figury

dist = s/2;

end

```

----- Plik: trapezoid.m -----

```

function [ Area, H_hydro, dist ] = trapezoid( fi0, la0, Az1, Az2, s1, s2,
a, e2, Hydro_model )
% funkcja trapezoid służy obliczaniu cech trapezu sferycznego wpływających
% na deformacje skorupy ziemskiej pochodzące od hydrosfery lądowej
%
% fi0, la0      szerokość i długość geodezyjna punktu którego deformacje
%              się oblicza, wartości podawać w stopniach dziesiętnych
%
% Az1, Az2     azymuty do lewego i prawego wierzchołka trójkąta, wartość
%              podawać w stopniach dziesiętnych
%
% s1, s2       odległości do podstawy trapezu sferycznego, odpowiednio
%              bliższej i dalej położonej, odległość całkowania,
%              podawać w metrach
%
% a            promień równikowy przyjętej powierzchni odniesienia,
%              podawać w metrach
%
% e2           kwadrat pierwszego mimośrodów przyjętej powierzchni
%              odniesienia
%
% Hydro_model  jedna epoka danych modelu hydrologicznego

```

```

%
% Area          pole powierzchni trójkąta sferycznego, wyrażone w metrach
%               krwadratowych
%
% H_hydro       przeciętna wysokość słupa wody na obszarze trójkąta
%               sferycznego, wyrażona w milimetrach
%
% dist         odległość do środka figury
%
%% obliczenie pola figury

% rozwartość trapezu sferycznego
A = Az2-Az1;

% obliczenie współrzędnych wierzchołków trapezu sferycznego
[fi1, la1] = directVincenty(fi0, la0, Az1, s1, a, e2);
[fi2, la2] = directVincenty(fi0, la0, Az2, s1, a, e2);
[fi3, la3] = directVincenty(fi0, la0, Az1, s2, a, e2);
[fi4, la4] = directVincenty(fi0, la0, Az2, s2, a, e2);

% obliczenie wysokości strefy kulistej pomiędzy równoległymi płaszczyznami
% zawierającymi podstawy trapezu sferycznego, prostopadłymi do osi obrotu
% sfery
[fi5, la5] = directVincenty(90, 0, 0, s1, a, e2);
[fi6, la6] = directVincenty(90, 0, 0, s2, a, e2);
[~, ~, Z1] = blh2xyz(fi5, la5, 0, a, e2);
[~, ~, Z2] = blh2xyz(fi6, la6, 0, a, e2);
h = abs(Z2-Z1);

Area = 2*pi*a*h*A/360;

%% obliczenie średniej wysokości słupa wody w figurze

[H1] = hydro(Hydro_model,fi1,la1);
[H2] = hydro(Hydro_model,fi2,la2);
[H3] = hydro(Hydro_model,fi3,la3);
[H4] = hydro(Hydro_model,fi4,la4);

[x] = [H1; H2; H3; H4];

% oblicza średnią arytmetyczną z wysokości słupa wody w punktach
% pomocniczych z pominięciem "nie liczb" (NaN)

H_hydro = nanmean(x);

%% odległość środka figury

dist = (s1+s2)/2;

end

```

----- Plik: directVincenty.m -----

```

function [ fi2, la2, a12, a21 ] = directVincenty( fi1, la1, alpha12, s12,
a, e2)
% directVincenty służy do obliczenia współrzędnych geodezyjnych punktu
% końcowego (fi2, la2) linii geodezyjnej oddalonego od punktu początkowego
% (fi1, la1) o odległość s12 pod azymutem alpha12
%
% Wartości wejściowe należy podawać w stopniach dziesiętnych

```

```

%   fi1           szerokość geodezyjna punktu początkowego
%
%   la1           długość geodezyjna punktu początkowego
%
%   alpha12      kąt kierunkowy od punktu początkowego do punktu końcowego
%                 (w punkcie początkowym) - podawać w stopniach dziesiętnych
%
%   s12          długość linii geodezyjnej - podawać w metrach
%
% Wyniki działania funkcji zwracane jako stopnie dziesiętne
%
%   fi2           szerokość geodezyjna punktu końcowego
%
%   la2          długość geodezyjna punktu końcowego
%
%   alpha12      kąt kierunkowy od punktu początkowego do punktu końcowego
%                 (w punkcie końcowym)
%
%   alpha21      kąt kierunkowy od punktu końcowego do punktu początkowego
%                 (w punkcie końcowym)
%
% Prezentowany poniżej algorytm bazuje na metodzie Vincentego służącej
% obliczaniu współrzędnych punktu końcowego linii geodezyjnej na
% powierzchni elipsoidy obrotowej i został przystosowany do przyspieszenia
% obliczeń na powierzchni sferycznej Ziemi.

%% obliczenia pomocnicze

fi1 = deg2rad(fi1);
la1 = deg2rad(la1);
a12 = deg2rad(alpha12);

%% algorytm Vincenty'ego - "zadanie w prost"

% azymut linii geodezyjnej na równiku (azymut przecięcia równika)
alpha = asin(cos(fi1)*sin(a12));
sigma = s12./a;

fi2 =
rad2deg(atan((sin(fi1).*cos(sigma)+cos(fi1).*sin(sigma).*cos(a12))./((((sin(alpha)).^2)+(sin(fi1).*sin(sigma)-cos(fi1).*cos(sigma).*cos(a12)).^2).^(1/2)))));
la = atan2(sin(sigma).*sin(a12), (cos(fi1).*cos(sigma)-sin(fi1).*sin(sigma).*cos(a12)));

la2 = rad2deg(la1 + la);

a12 = rad2deg(atan2(sin(alpha), (-sin(fi1).*sin(sigma)+cos(fi1).*cos(sigma).*cos(a12))));

if (a12 > -180 & a12 < 180)
    a21 = a12 + 180;
else
    a21 = a12 - 180;
end

fprintf('Współrzędne punktu końcowego:\nfi2 = %3.8f\nla2 = %3.8f\nazymut12 = %3.8f\nazymut21 = %3.8f\n',fi2, la2, a12, a21)

end

```

----- Plik: inverseVincenty.m -----

```
function [ s12, alpha12, alpha21 ] = inverseVincenty( fi1, la1, fi2, la2,
a, e2 )
% inverseVincenty służy do obliczenia odległości geodezyjnej s12 pomiędzy
% współrzędnymi dwóch punktów geodezyjnych fi1, la1, fi2, la2 a także
% azymutu tej linii
%
%   Wartości wejściowe należy podawać w stopniach dziesiętnych
%
%   fi1           szerokość geodezyjna punktu początkowego
%
%   la1           długość geodezyjna punktu początkowego
%
%   fi2           szerokość geodezyjna punktu końcowego
%
%   la2           długość geodezyjna punktu końcowego
%
%   Wyniki działania funkcji zwracane jako stopnie dziesiętne
%
%   s12          długość linii geodezyjnej
%
%   alpha12      kąt kierunkowy od punktu początkowego do punktu końcowego
%                (w punkcie początkowym)
%   alpha21      kąt kierunkowy od punktu końcowego do punktu początkowego
%                (w punkcie końcowym)
%
%
%% obliczenia pomocnicze

b = a*sqrt(1-e2);
f = 1-sqrt(1-e2);

fi1 = deg2rad(fi1);
la1 = deg2rad(la1);

fi2 = deg2rad(fi2);
la2 = deg2rad(la2);

if fi1 == fi2 & la1 == la2
    fprintf('Punkt początkowy i końcowy są tożsame\n');
else
    %% algorytm Vincenty'ego - "wstecz"

    % szerokość zredukowana na sferę
    U1 = atan((1-f)*tan(fi1));
    U2 = atan((1-f)*tan(fi2));

    la = la2 - la1;
    L = la;

    for k=1:25
        ssigma = sqrt((cos(U2).*sin(la)).^2+(cos(U1).*sin(U2)-
sin(U1).*cos(U2).*cos(la)).^2);
        csigma = sin(U1).*sin(U2)+cos(U1).*cos(U2).*cos(la);
        sigma = atan2(ssigma,csigma);

        alpha = asin(cos(U1).*cos(U2).*sin(la)./ssigma);

        dwasigmam = acos(csigma-2.*sin(U1).*sin(U2)./((cos(alpha)).^2));
```

```

    C = f./16.*((cos(alpha)).^2).*(4+f.*(4-3.*((cos(alpha)).^2)));
    la = L+(1-
C).*f.*sin(alpha).*(sigma+C.*sin(sigma).*(cos(dwasigmam)+C.*cos(sigma).*(-
1+2.*((cos(dwasigmam)).^2))));
end

u2 = ((cos(alpha)).^2).*(a.^2-b.^2)./(b.^2);
A = 1+(u2./16384).*(4096+u2.*(-768+u2.*(320-175.*u2)));
B = (u2./1024).*(256+u2.*(-128+u2.*(74-47.*u2)));

% modyfikacja 1976b
%k1 = (sqrt(1+u2)-1)/(sqrt(1+u2)+1);
%A = (1+(k1^2)/4)/(1-k1);
%B = k1*1-(3/8)*(k1^2);

dsigma = B.*sin(sigma).*(cos(dwasigmam)+B./4.*cos(sigma).*(-
1+2.*((cos(dwasigmam)).^2)-B./6.*cos(dwasigmam).*(-
3+4.*((sin(sigma)).^2)).*(-3+4.*((cos(dwasigmam)).^2))));

s12 = b.*A.*(sigma - dsigma);
alpha12 = rad2deg(atan2(cos(U2).*sin(la), (cos(U1).*sin(U2)-
sin(U1).*cos(U2).*cos(la))));
alpha21 = rad2deg(atan2(cos(U1).*sin(la), (-
sin(U1).*cos(U2)+cos(U1).*sin(U2).*cos(la))));

fprintf('Odległość geodezyjna s12 = %6.3f\nAzymut12 = %3.8f \nAzymut21 =
%3.8f\n',s12, alpha12, alpha21);

end

```

----- Plik: blh2xyz.m -----

```

function [X, Y, Z] = blh2xyz(fi, la, h, a, e2)
% funkcja blh2xyz służy transformacji współrzędnych elipsoidalnych na
% współrzędne geocentryczne
%
% fi      szerokość geodezyjna punktu, podawać w formacie stopni
%         dziesiętnych
%
% la      długość geodezyjna punktu, podawać w formacie stopni
%         dziesiętnych
%
% a       promień równikowy przyjętej powierzchni odniesienia, podawać w
%         metrach
%
% e2      kwadrat pierwszego mimośrodu przyjętej powierzchni odniesienia
%
% X, Y, Z współrzędne geocentryczne punktu, wartości wyrażone w metrach

%% Algorytm

fi = deg2rad(fi);
la = deg2rad(la);

N = Np(fi, a, e2);
X = ((N+h).*cos(fi).*cos(la));
Y = ((N+h).*cos(fi).*sin(la));
Z = ((N.*(1-e2))+h).*sin(fi);

end

```

----- Plik: deg2rad.m -----

```
function [y] = deg2rad(x)
% Funkcja deg2rad służy przeliczaniu wartości kątowych na radiany
%
% x      wartość wejściową kąta podawać w stopniach dziesiętnych
%
% y      wartość wyjściowa kąta wyrażona w radianach

y = x * pi / 180;

end
```

----- Plik: rad2deg.m -----

```
function [ y ] = rad2deg( x )
% Funkcja rad2deg służy przeliczaniu wartości kątowych wyrażonych w
% radianach na wartości wyrażone w stopniach dziesiętnych
%
% x      wartość wejściową kąta podawać w radianach
%
% y      wartość wyjściowa kąta wyrażona w stopniach dziesiętnych

y = x / pi * 180;

end
```

----- Plik: Np.m -----

```
function [ N ] = Np( fi, a, e2)
% Funkcja Np służy do obliczenia promienia przekroju pierwszego wertykału w
% punkcie o szerokości geodezyjnej fi
%
% a      promień równikowy przyjętej powierzchni odniesienia, wartość
%        podawać w metrach
%
% fi     szerokość geodezyjna punktu w którym wyznaczany jest promień
%        przekroju poprzecznego
%
% e2     kwadrat pierwszego mimośrodu przyjętej powierzchni odniesienia
%
% N      promień przekroju poprzecznego w punkcie o współrzędnej fi, wyrażony
%        w metrach

N = a./((1-e2.*((sin(deg2rad(fi))).^2)).^(1/2));

end
```