

Konfrontacja modelu krajowego i lokalnego quasi-geoidy na obszarze Krakowa

Piotr Banasik, Marcin Ligas

Systemy odniesień przestrzennych — podstawy geodynamiczne, aktualne realizacje oraz kierunki rozwoju

Grybów, 08 czerwiec 2022

Charakterystyka porównywanych modeli

1. Model krajowy PL-geoid2011

- model geopotencjału EGM2008,
- wpasowanie w anomalie wysokości $\zeta_{\text{GNSS/niwelacja}}$ (ASG-EUPOS, EUVN, EUREF-POL, POLREF), z poprawkami Hausbrandta (gęstość dopasowania: około 1 pkt/kilkaset km²),
- wynikowy model quasi-geoidy w węzłach siatki $0.01^\circ \times 0.01^\circ$ (1.0km $\times$ 0.7km), obszar Polski,
- udostępnienie: $\zeta = \zeta(\varphi, \lambda)$ w układach: PL-ETRF89/PL-ETRF2000 i PL-KRON86-NH/PL-EVRF2007-NH, interfejs: aplikacja Transpol 2.06,

2. Model krajowy PL-geoid2021

- model geopotencjału SGG-UGM-2, dane grawimetryczne i NMT, anomalie $\zeta_{\text{GNSS/niwelacja}}$ (POLREF, ASG stacje + ekscentry) $\rightarrow$ dwa modele A i B $\rightarrow$ model wynikowy uśredniony (gęstość dopasowania: około 1 pkt/kilkaset km²),
- wynikowy model quasi-geoidy w węzłach siatki $0.01^\circ \times 0.01^\circ$ (1.0km $\times$ 0.7km), obszar Polski
- udostępnienie: $\zeta = \zeta(\varphi, \lambda)$ w układach: PL-ETRF2000 i PL-EVRF2007-NH, interfejs:,

3. Model lokalny Quasi-geoidaKR2019

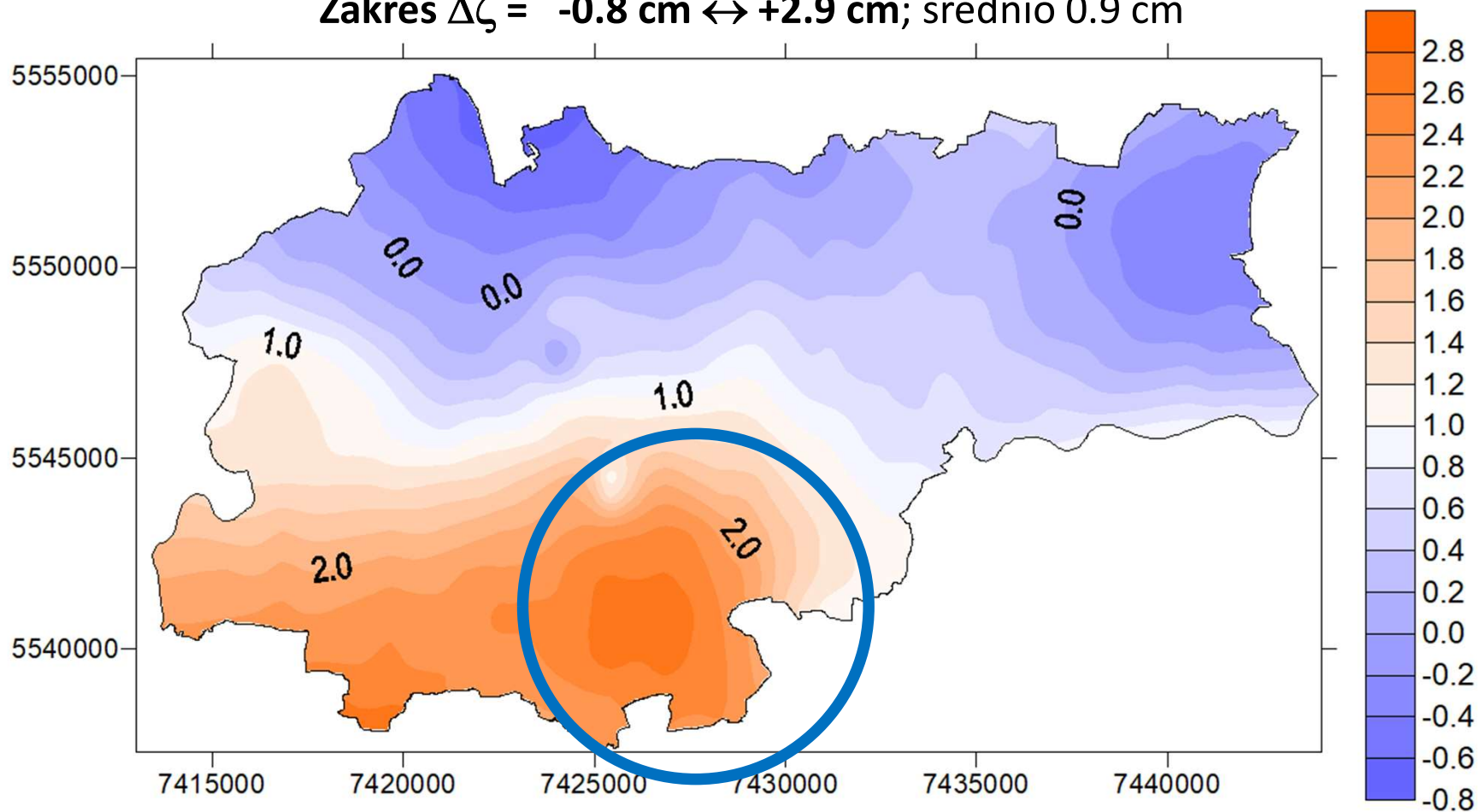
- anomalie wysokości $\zeta_{\text{GNSS/niwelacja}}$ w ~ 60 punktach (gęstość dopasowania : około 1pkt/5 km²),
- wynikowy model quasi-geoidy w węzłach siatki 0.5km $\times$ 0.5km, obszar Krakowa,
- udostępnienie: $\zeta = \zeta(x, y)$ w układach: PL-ETRF89/PL-ETRF2000 i PL-KRON86-NH/PL-EVRF2007-NH, interfejs: Quasi-geoidaKR2019,

Sposób porównania modeli

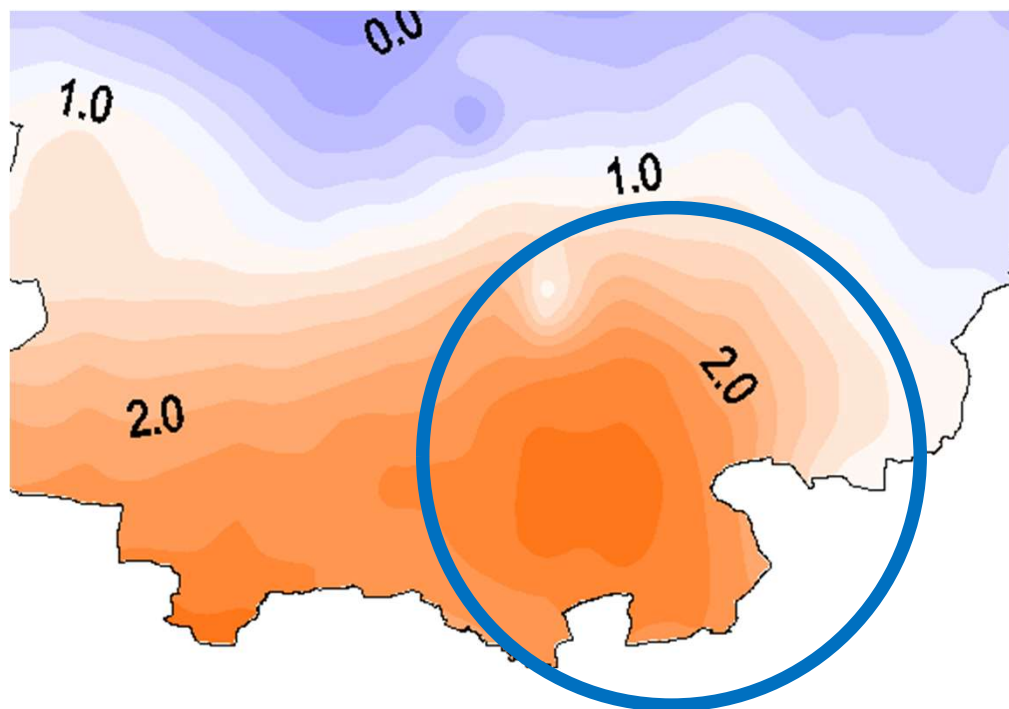
1. Wszystkie 3 modele w wersji dla układów: PL-ETRF2000 i PL-EVRF2007-NH,
2. Porównanie w 1699 węzłach modelu lokalnego Quasi-geoidaKR2019
(model lokalny ma większą gęstość; wpływ interpolacji w modelu krajowym o mniejszej gęstości),
3. Metoda interpolacji z modeli krajowych - biliniowa,
4. Obliczone różnice anomalii wysokości:
 - a) $\Delta\zeta_{21-11} = \zeta_{\text{PL-geoid2021}} - \zeta_{\text{PL-geoid2011}};$
 - b) $\Delta\zeta_{21-19} = \zeta_{\text{PL-geoid2021}} - \zeta_{\text{QuasigeoidaKR2019}};$
 - c) $\Delta\zeta_{11-19} = \zeta_{\text{PL-geoid2011}} - \zeta_{\text{QuasigeoidaKR2019}};$

Porównanie modeli krajowych PL-geoid2021 i PL-geoid2011
w układach PL-ETRF2000 i PL-EVRF2007-NH ($\Delta\zeta = \zeta_{\text{PL-geoid2021}} - \zeta_{\text{PL-geoid2011}}$ [cm])

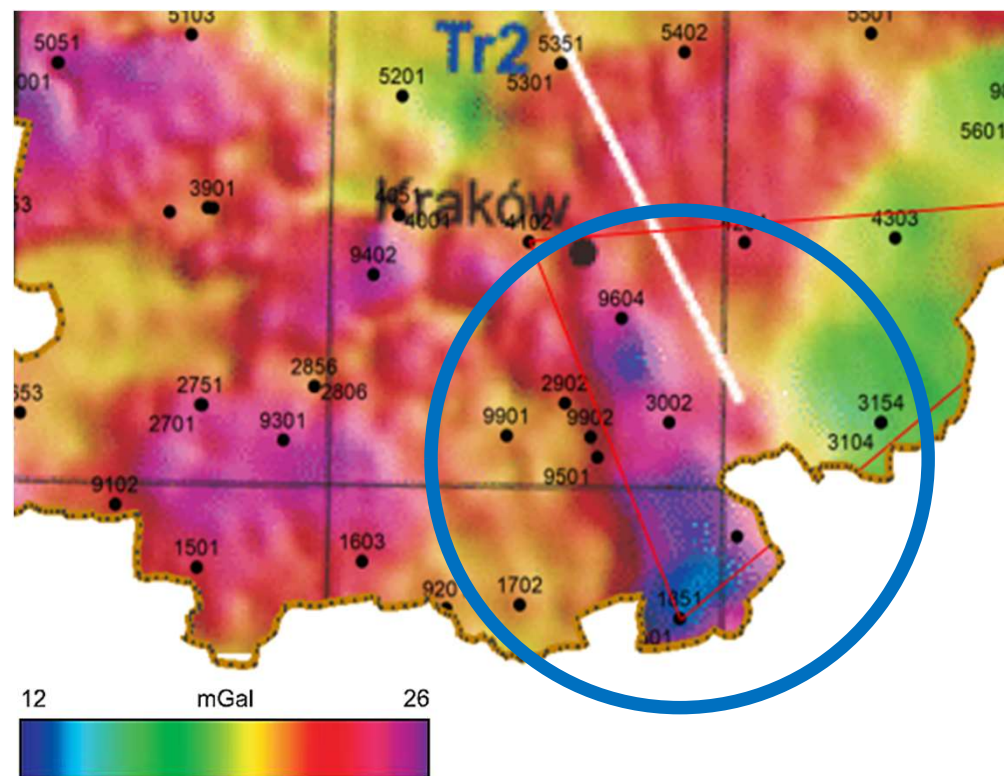
Zakres $\Delta\zeta = -0.8 \text{ cm} \leftrightarrow +2.9 \text{ cm}$; średnio 0.9 cm



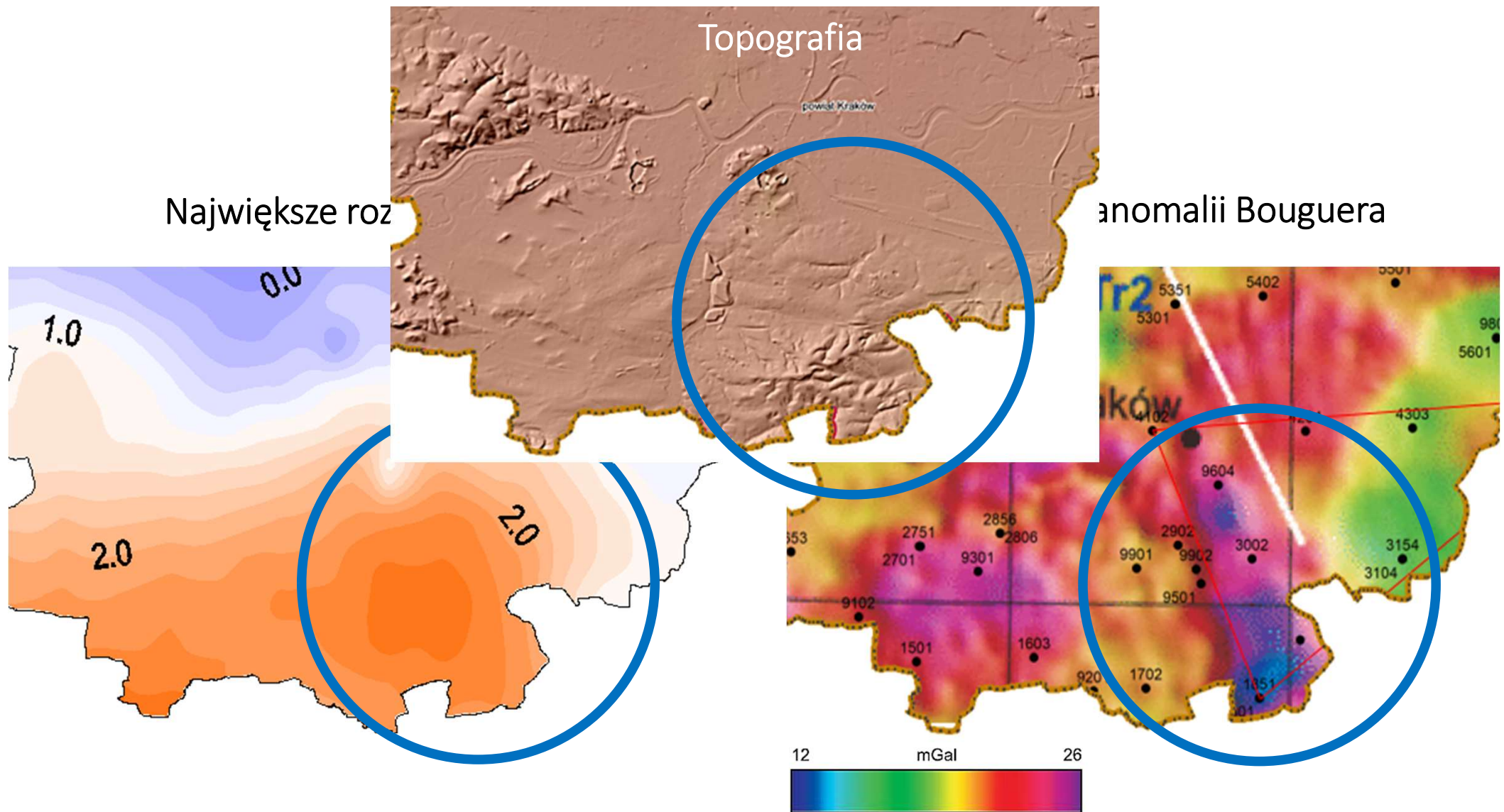
Największe rozbieżności w ζ



Zaburzenia anomalii Bouguera



Rosowiecka O.(2014), *MODEL STREFY USKOKOWEJ KRAKÓW–LUBLINIEC W ŚWIEŁE WYNIKÓW ANALIZY PÓŁ POTENCJALNYCH*, Biuletyn PIG 459



Rosowiecka O.(2014), *MODEL STREFY USKOKOWEJ KRAKÓW–LUBLINIEC W ŚWIEŁE WYNIKÓW ANALIZY PÓŁ POTENCJALNYCH*, Biuletyn PIG 459

Analiza zgodności

(regresja Deminga, regresja Passinga-Babloka, t-test dla par obserwacji)

Regression Coefficient Estimation

Parameter	Regression Coefficient b(i)	Jackknife Standard Error SE[b(i)]	DF	Lower 95% Conf. Limit of $\beta(i)$	Upper 95% Conf. Limit of $\beta(i)$
Intercept	-0,64677	0,08102	62	-0,80873	-0,48481
Slope (QGeoid_2011)	1,01661	0,00206	62	1,01249	1,02073

Estimated Model

$Y = -0,646766674240496 + 1,01661271767269 \cdot X$

Hypothesis Test of $Y = X$

Test	Parameter Estimate	Jackknife Standard Error	DF	T-Statistic	Prob Level	Reject H0 at $\alpha = 0,025$?
H0: Slope = 1 vs. H1: Slope $\neq$ 1	1,01661	0,00206	62	8,06025	0,00000	Yes
H0: Mean Y - Mean X = 0 vs. H1: Mean Y - Mean X $\neq$ 0	0,01033	0,00124	62	8,34245	0,00000	Yes

Regression Coefficients

Item	Intercept B0	Slope B1
Regression Coefficient	-0,6450	1,0166
Lower 95% Conf. Limit of $\beta(i)$	-0,9271	1,0103
Upper 95% Conf. Limit of $\beta(i)$	-0,3972	1,0237

Method Comparison Hypothesis Test

Hypothesis being tested, H0: $\beta_0.LCL < 0 < \beta_0.UCL$ and $\beta_1.LCL < 1 < \beta_1.UCL$.
Reject H0. Conclude that the methods are not equal.

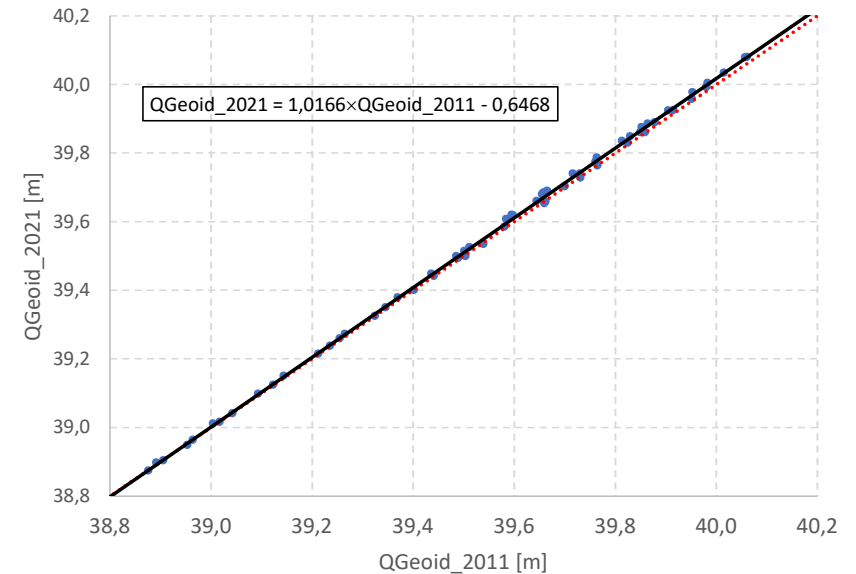
Matched-pairs t-test

Item	Difference D
Mean Difference D	0.0103
Lower 95% Conf. Limit of Mean D	0.0078
Upper 95% Conf. Limit of Mean D	0.0128

Method Comparison Hypothesis Test

Hypothesis being tested, H0: Mean D = 0
Reject H0. Conclude that the methods are not equal.

Deming regression: QGeoid_2011 vs QGeoid_2021



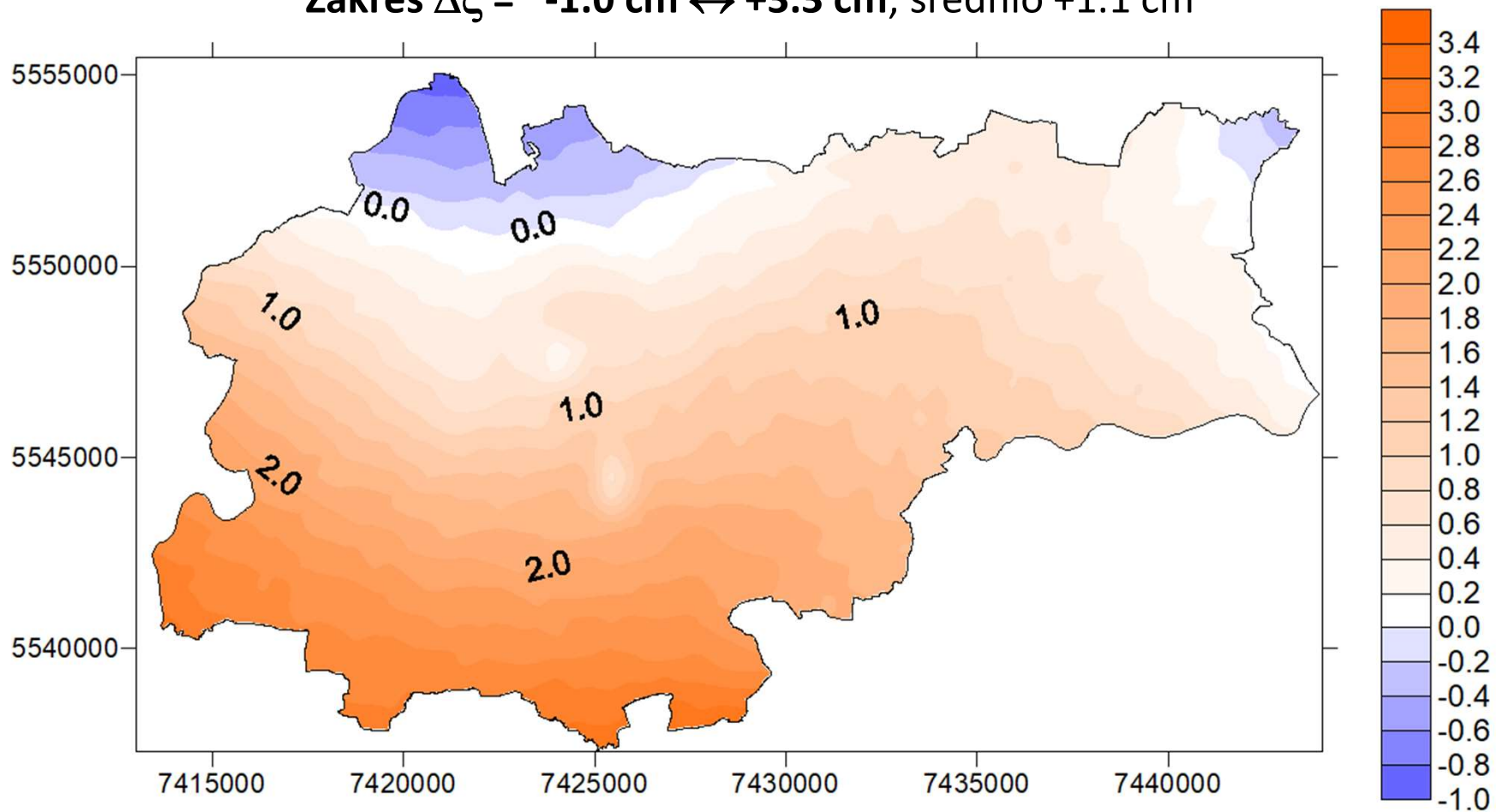
Descriptive Statistics

Item	Y	X	Y - X
Variable	QGeoid_2021	QGeoid_2011	Difference
N	64	64	64
Mean	39,56433	39,554	0,01033281
Std Dev	0,3337	0,3283	0,0099
Minimum	38,8745	38,8757	-0,006
First Quartile	39,33142	39,32948	0,001425
Median	39,637	39,62105	0,0098
Third Quartile	39,84557	39,8284	0,020825
Maximum	40,0799	40,0606	0,0265

Porównanie modelu krajowego PL-geoid2011 i lokalnego Quasi-geoidaKR2019

w układach PL-ETRF2000 i PL-EVRF2007-NH ($\Delta\zeta = \zeta_{\text{Quasi-geoidaKR2019}} - \zeta_{\text{PL-geoid2011}}$ [cm])

Zakres $\Delta\zeta = -1.0 \text{ cm} \leftrightarrow +3.3 \text{ cm}$; średnio +1.1 cm



Analiza zgodności

(regresja Deminga, regresja Passinga-Babloka, t-test dla par obserwacji)

Regression Coefficient Estimation

Parameter	Regression Coefficient b(i)	Jackknife Standard Error SE[b(i)]	DF	Lower 95% Conf. Limit of $\beta(i)$	Upper 95% Conf. Limit of $\beta(i)$
Intercept	-0,64941	0,07999	62	-0,80931	-0,48950
Slope (QGeoid_2011)	1,01674	0,00204	62	1,01267	1,02081

Estimated Model

$$Y = -0,649407608668767 + 1,0167397274955 * X$$

Hypothesis Test of Y = X

Test	Parameter Estimate	Jackknife Standard Error	DF	T-Statistic	Prob Level	Reject H0 at $\alpha = 0,025?$
H0: Slope = 1 vs. H1: Slope $\neq$ 1	1,01674	0,00204	62	8,21853	0,00000	Yes
H0: Mean Y - Mean X = 0 vs. H1: Mean Y - Mean X $\neq$ 0	0,01272	0,00123	62	10,36043	0,00000	Yes

Regression Coefficients

Item	Intercept B0	Slope B1
Regression Coefficient	-0,7251	1,0187
Lower 95% Conf. Limit of $\beta(i)$	-0,9324	1,0119
Upper 95% Conf. Limit of $\beta(i)$	-0,4571	1,0240

Method Comparison Hypothesis Test

Hypothesis being tested, H0: $\beta 0.LCL < 0 < \beta 0.UCL$ and $\beta 1.LCL < 1 < \beta 1.UCL$.
Reject H0. Conclude that the methods are not equal.

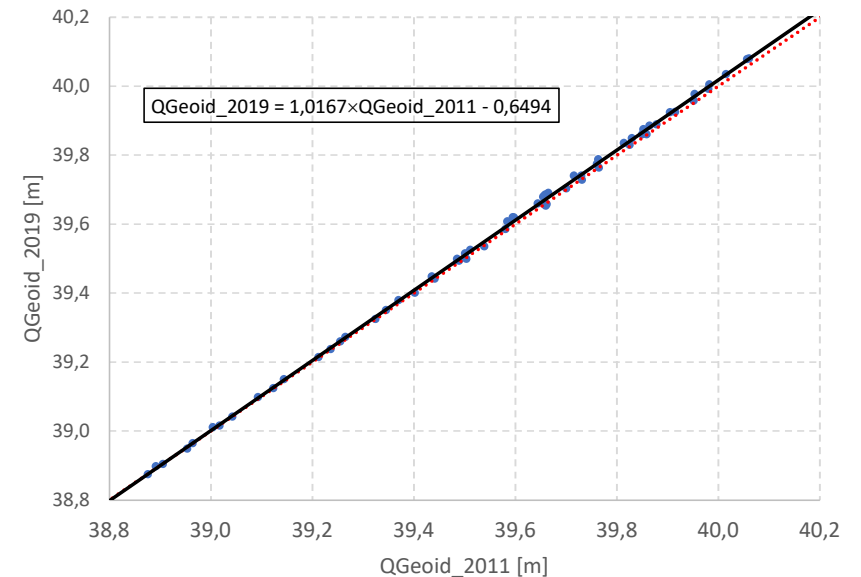
Matched-pairs t-test

Item	Difference D
Mean Difference D	0.0127
Lower 95% Conf. Limit of Mean D	0.0103
Upper 95% Conf. Limit of Mean D	0.0152

Method Comparison Hypothesis Test

Hypothesis being tested, H0: Mean D = 0
Reject H0. Conclude that the methods are not equal.

Deming regression: QGeoid_2011 vs QGeoid_2019



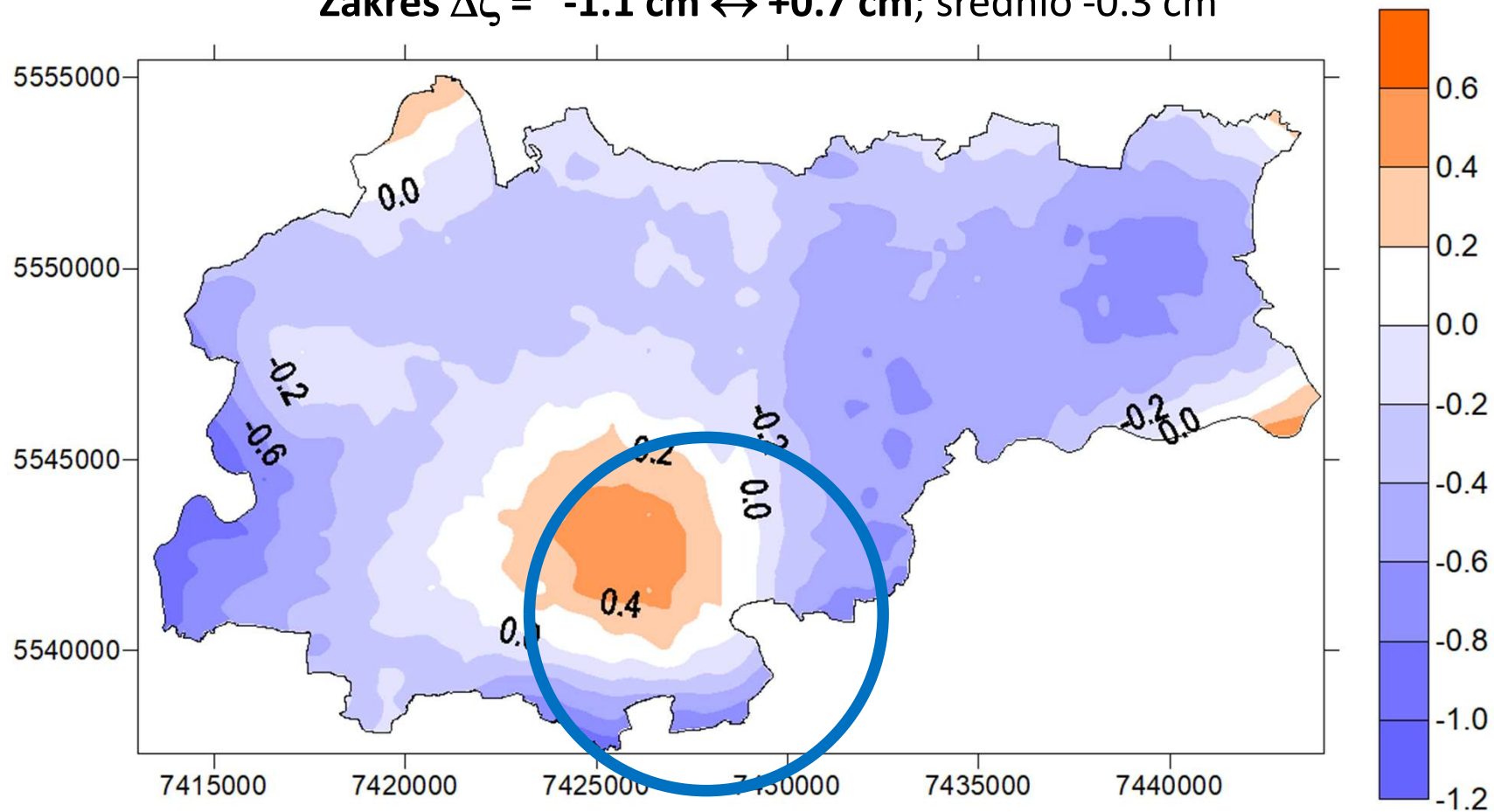
Descriptive Statistics

Item	Y	X	Y - X
Variable	QGeoida_KR19	QGeoid_2011	Difference
N	64	64	64
Mean	39,56672	39,554	0,01271562
Std Dev	0,3338	0,3283	0,0098
Minimum	38,875	38,8757	-0,0068
First Quartile	39,3355	39,32948	0,0048
Median	39,6345	39,62105	0,013
Third Quartile	39,8465	39,8284	0,0213
Maximum	40,089	40,0606	0,03

Porównanie modelu krajowego PL-geoid2021 i lokalnego Quasi-geoidaKR2019

w układach PL-ETRF2000 i PL-EVRF2007-NH ($\Delta\zeta = \zeta_{\text{PL-geoid2021}} - \zeta_{\text{Quasi-geoidaKR2019}}$ [cm])

Zakres $\Delta\zeta = -1.1 \text{ cm} \leftrightarrow +0.7 \text{ cm}$; średnio -0.3 cm



Analiza zgodności

(regresja Deminga, regresja Passinga-Babloka, t-test dla par obserwacji)

Regression Coefficient Estimation

Parameter	Regression Coefficient b(i)	Jackknife Standard Error SE[b(i)]	DF	Lower 95% Conf. Limit of $\beta(i)$	Upper 95% Conf. Limit of $\beta(i)$
Intercept	-0,00272	0,04930	62	-0,10128	0,09584
Slope (QGeoid_2021)	1,00013	0,00125	62	0,99763	1,00262

Estimated Model

$Y = -0,00272127627131624 + 1,00012900731556 * X$

Hypothesis Test of $Y = X$

Test	Parameter Estimate	Jackknife Standard Error	DF	T-Statistic	Prob Level	Reject H0 at $\alpha = 0,025?$
H0: Slope = 1 vs. H1: Slope $\neq$ 1	1,00013	0,00125	62	0,10339	0,91798	No
H0: Mean Y - Mean X = 0 vs. H1: Mean Y - Mean X $\neq$ 0	0,00238	0,00041	62	5,75042	0,00000	Yes

Regression Coefficients

Item	Intercept B0	Slope B1
Regression Coefficient	-0,0173	1,0005
Lower 95% Conf. Limit of $\beta(i)$	-0,1138	0,9978
Upper 95% Conf. Limit of $\beta(i)$	0,0883	1,0029

Method Comparison Hypothesis Test

Hypothesis being tested, H0: $\beta_0.LCL < 0 < \beta_0.UCL$ and $\beta_1.LCL < 1 < \beta_1.UCL$.

Cannot reject H0. There is not enough evidence to conclude that the methods are not equal.

Matched-pairs t-test

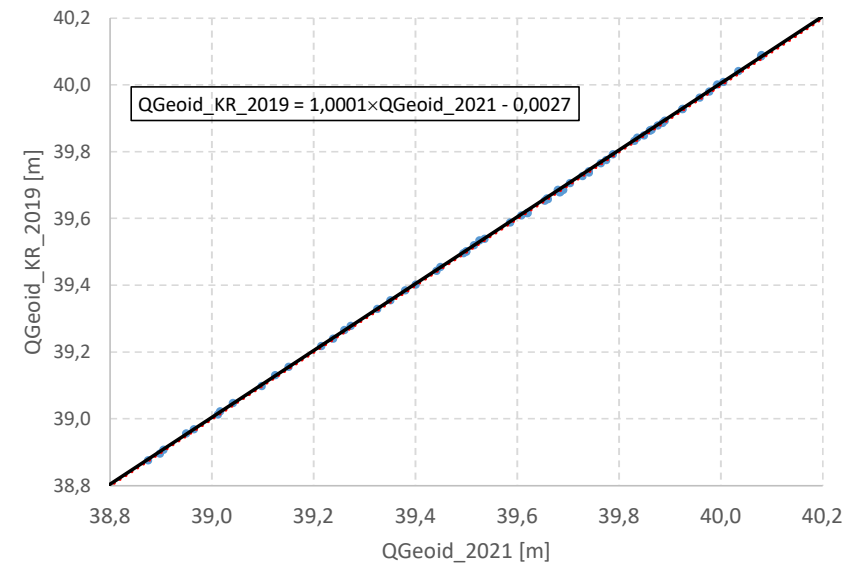
Item	Difference D
Mean Difference D	0.0024
Lower 95% Conf. Limit of Mean D	0.0016
Upper 95% Conf. Limit of Mean D	0.0032

Method Comparison Hypothesis Test

Hypothesis being tested, H0: Mean D = 0

Reject H0. Conclude that the methods are not equal.

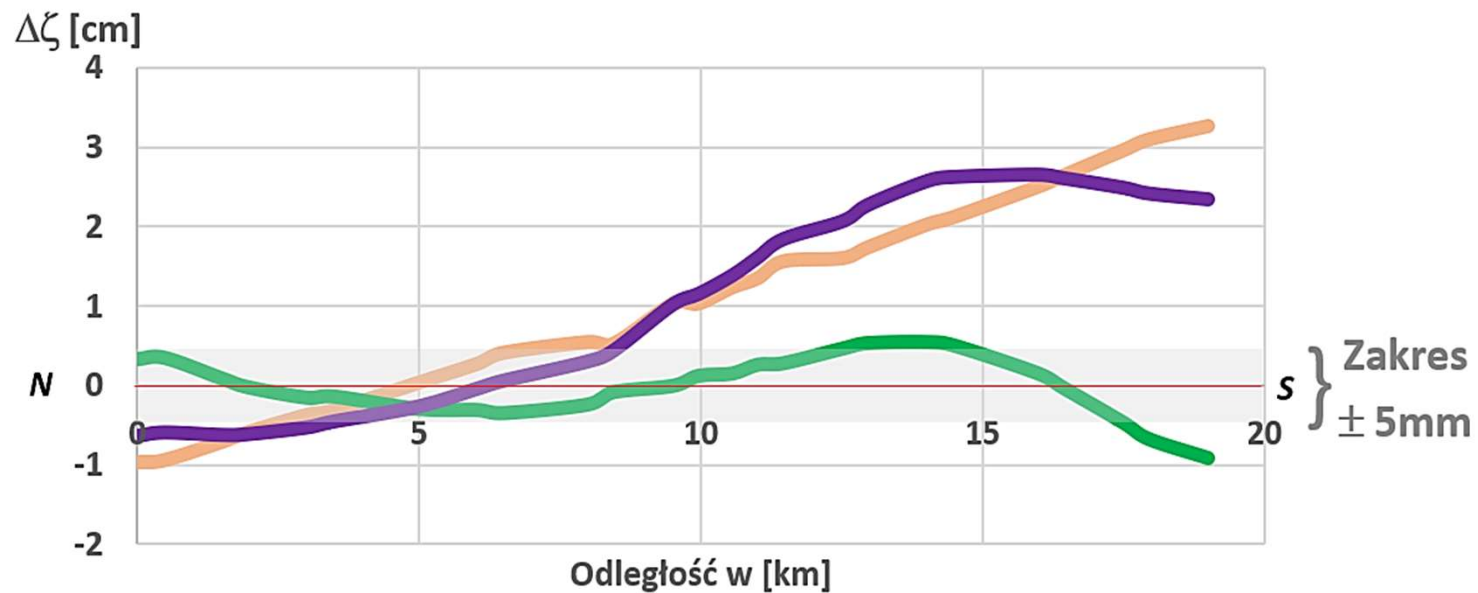
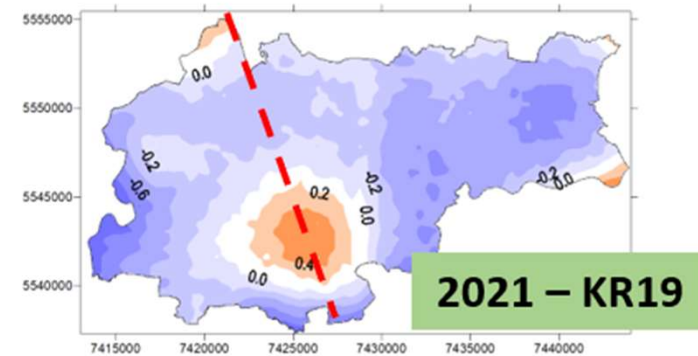
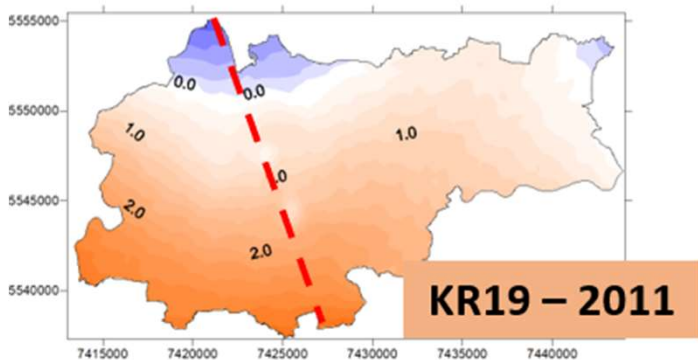
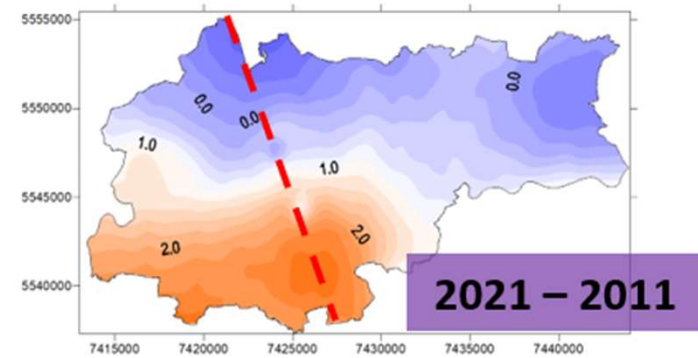
Deming regression: QGeoid_2021 vs QGeoid_KR_2019



Descriptive Statistics

Item	Y	X	Y - X
Variable	QGeoida_KR19	QGeoid_2021	Difference
N	64	64	64
Mean	39,56672	39,56433	0,002382813
Std Dev	0,3338	0,3337	0,0033
Minimum	38,875	38,8745	-0,0054
First Quartile	39,3355	39,33142	0,0005
Median	39,6345	39,637	0,0026
Third Quartile	39,8465	39,84557	0,004675
Maximum	40,089	40,0799	0,0091

Różnice $\Delta\zeta$ w przekroju N-S



Wnioski

1. Największy zakres różnicy anomalii wysokości na obszarze Krakowa występuje między modelami lokalnym i krajowym z 2011 r. (do 4.3 cm), a także między dwoma modelami krajowymi (do 3.7 cm). Różnice między modelami krajowymi uwzględniają również efekt interpolacji.
2. Duża zgodność modelu lokalnego i modelu z 2021 r., w zakresie od -1.1 cm - +0.7 cm.
3. Można zauważyć południkowy kierunek gradientu różnic anomalii między modelami krajowymi, oraz między modelem krajowym z 2011 r. i lokalnym. Kierunek ten pokrywa się z kierunkiem zmian wysokości terenu. Brak wyraźnego, jednego kierunku gradientu różnic między modelem lokalnym i krajowym z 2021 r.
4. Wyniki porównania modeli wskazują, że modele krajowe oparte o globalny geopotencjał, powinny być uzupełnione o bardziej szczegółowe dane tj. dane grawimetryczne (jak to zrobiono w modelu z 2021 r.) lub modele lokalne quasi-geoidy.
5. Podczas tworzenia modelu quasi-geoidy można zidentyfikować niejednorodności danych GNSS/niwelacja (możliwe punktowe błędy w osnowie GNSS i niwelacyjnej).
6. *Pytanie: jakie będą konsekwencje stosowania w praktyce geodezyjnej nowego modelu krajowego w przypadku stwierdzonych kilku/kilkunastocentymetrowych) rozbieżności względem poprzedniego modelu krajowego ?*