

Fale pływowe

Ćwiczenie: Analiza pływowa
[geodynamika zaoczni]

wersja z 24 listopada 2014

Wprowadzenie

Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości

*„...If I were asked to tell what I mean by
the Tides I should feel it exceedingly
difficult to answer the question...”*

Lord Kelvin, 1882

*„...If I were asked to tell what I mean by
the Tides I should feel it exceedingly
difficult to answer the question...”*

Lord Kelvin, 1882

- ~~Wszelkie efekty powodowane przez ciała zewnętrzne~~
- ~~Zjawiska powodowane przez masy ciał zewnętrznych~~
- ~~Deformacje powodowane przez ciała zewnętrzne~~
- Efekty powodowane przez różnicowe grawitacyjne oddziaływanie ciał zewnętrznych

ODDYCHANIE ZIEMI

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

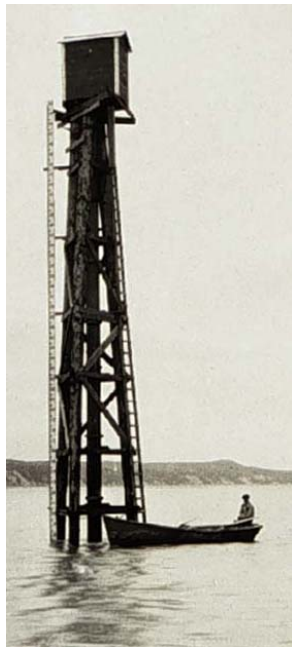
Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



oceanservice.noaa.gov

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

Czym są pływy?

**Przykłady
zjawisk
pływowych**

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



homepage.oma.be/mvc

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



homepage.oma.be/mvc

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

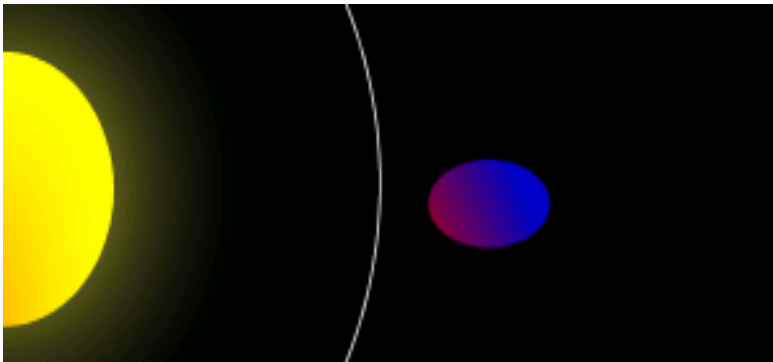
Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



pl.wikipedia.org

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

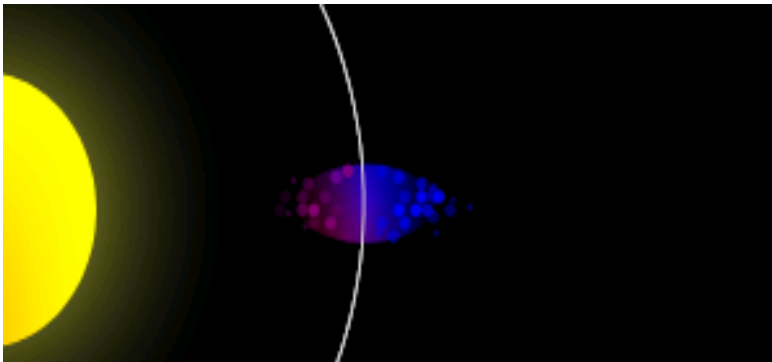
Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



pl.wikipedia.org

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

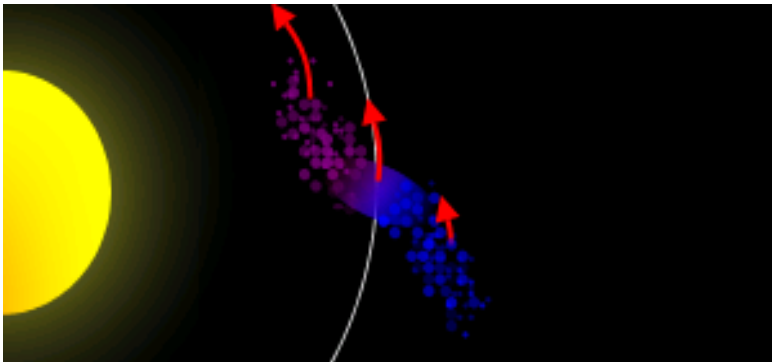
Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



pl.wikipedia.org

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

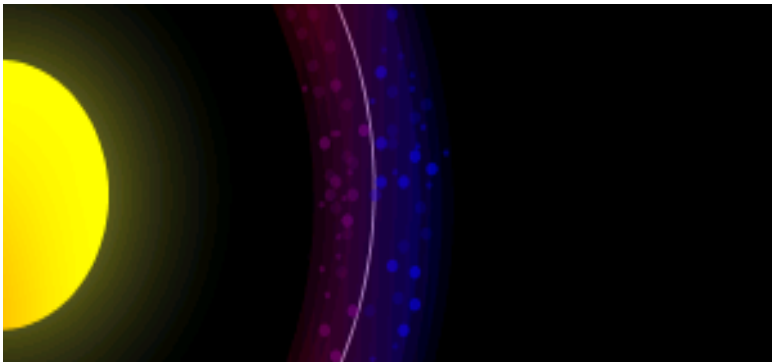
Czym są pływy?

**Przykłady
zjawisk
pływowych**

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



pl.wikipedia.org

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

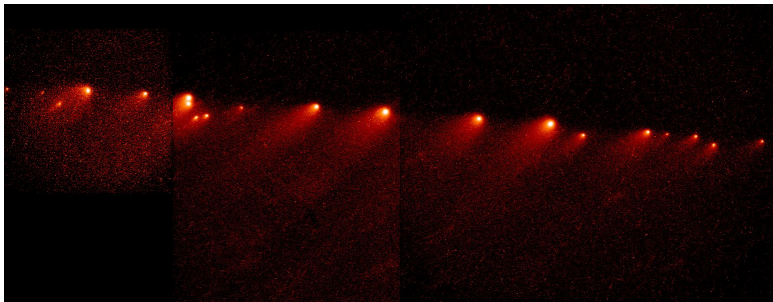
Czym są pływy?

**Przykłady
zjawisk
pływowych**

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



pl.wikipedia.org

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



pl.wikipedia.org

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

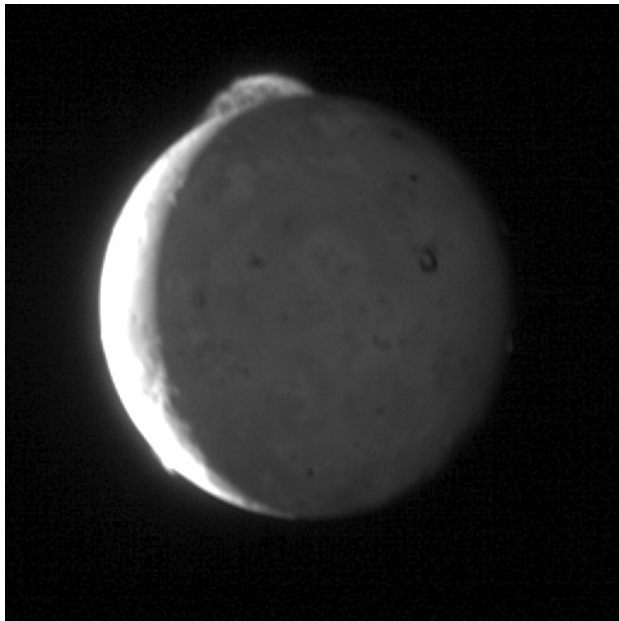
Czym są pływy?

**Przykłady
zjawisk
pływowych**

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



pl.wikipedia.org

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

Czym są pływy?

**Przykłady
zjawisk
pływowych**

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



homepage.oma.be/mvc

Wprowadzenie

Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości

Mniej spektakularne, również ciekawe i ważne:

- pływy skorupy ziemskiej
 - zmiany wysokości
 - zmiany siły ciężkości
 - zmiany kierunku linii pionu
 - zmiany długości, powierzchni, objętości
- pływy atmosfery
- pływowe zmiany prędkości obrotowej Ziemi
- pływowe zmiany orientacji Ziemi
- perturbacje SSZ
- „ciemna strona księżycy” i jego ucieczka
- efekty pośrednie pływów oceanicznych i atmosferycznych
- trzęsienia Ziemi
- . . .

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

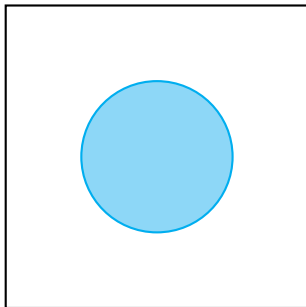
Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

**Podstawy
matematyczne**

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



Pływy ziemskie

Wprowadzenie

Czym są pływy?

Przykłady

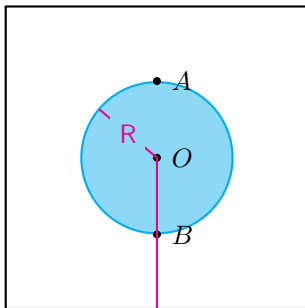
zjawisk

pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



Pływy ziemskie

Wprowadzenie

Czym są pływy?

Przykłady

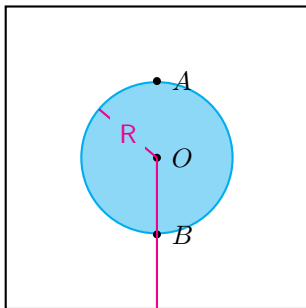
zjawisk

pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



$$\gamma_O = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A = \frac{GM}{(r + R)^2}$$

$$\gamma_B = \frac{GM}{(r - R)^2}$$

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

Czym są pływy?

Przykłady

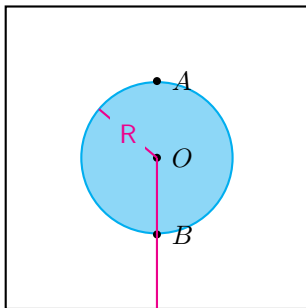
zjawisk

pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



$$\gamma_O = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A \approx \gamma_O - \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

$$\gamma_B \approx \gamma_O + \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

M

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

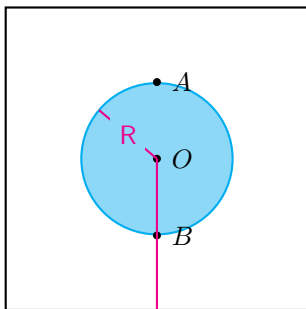
Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



$$\gamma_O = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A \approx \gamma_O - \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

$$\gamma_B \approx \gamma_O + \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$



Wprowadzenie

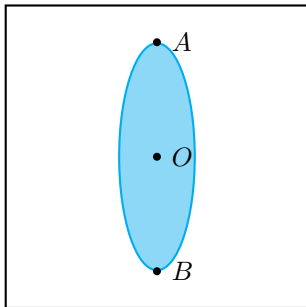
Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



$$\gamma_O = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A \simeq \gamma_O - \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

$$\gamma_B \simeq \gamma_O + \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

Pływy ziemskie

Wprowadzenie

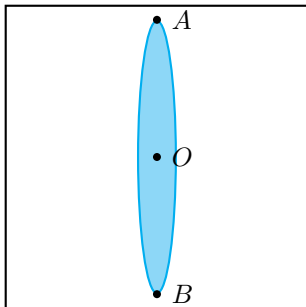
Czym są pływy?

Przykłady
zjawisk
pływowych

**Podstawy
matematyczne**

Pole sił
pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



$$\gamma_O = \frac{GM}{r^2}$$

$$\gamma_A \approx \gamma_O - \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

$$\gamma_B \approx \gamma_O + \gamma_O \cdot \frac{2R}{r}$$

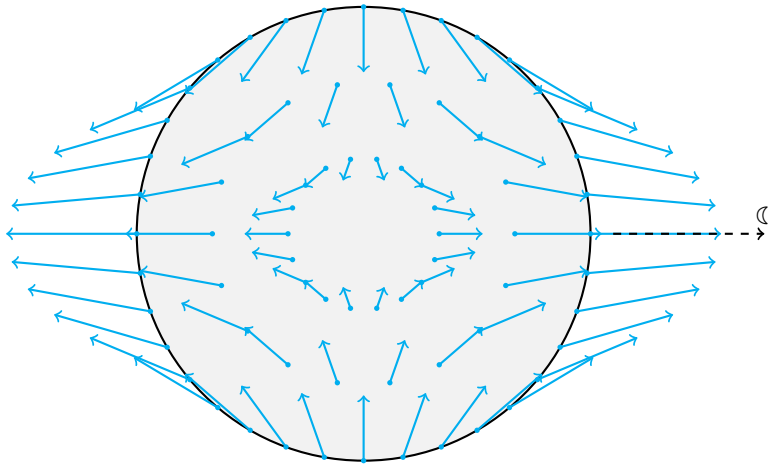
Pływy ziemskie

Wprowadzenie
Czym są pływy?
Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



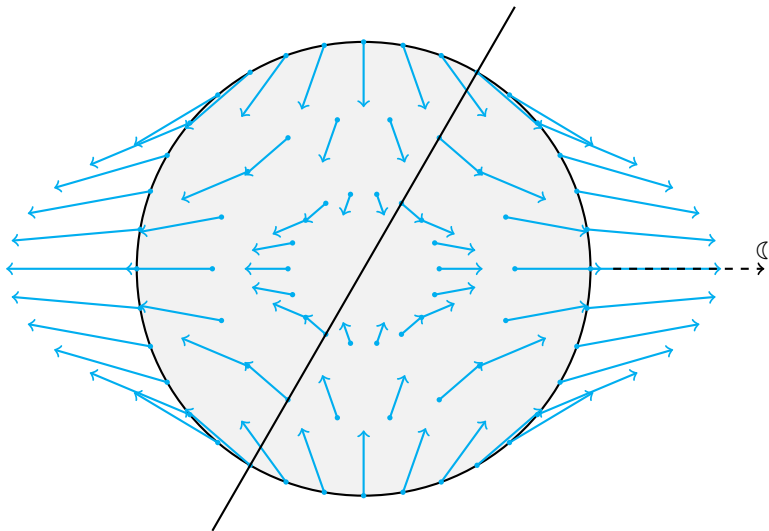
Pływy ziemskie

Wprowadzenie
Czym są pływy?
Przykłady
zjawisk
pływowych

Podstawy
matematyczne

Pole sił pływowych

Wartości
pływowych
zmian
przyspieszenia
siły ciężkości



Stacyczna teoria
plywów

Typy plywów wg
Laplace'a

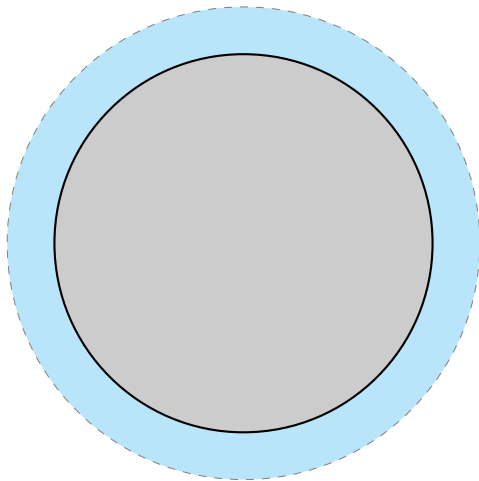
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
plywowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



Stacyczna teoria
pływów

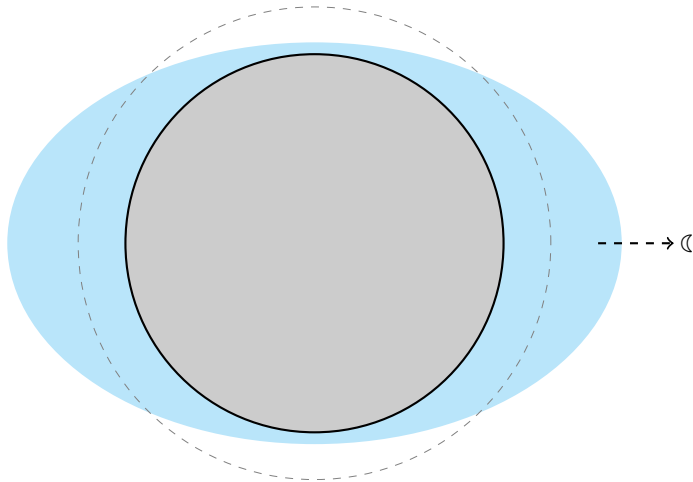
Typy pływów wg
Laplace'a

Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie
Rozwiązanie



Stacyczna teoria
plywów

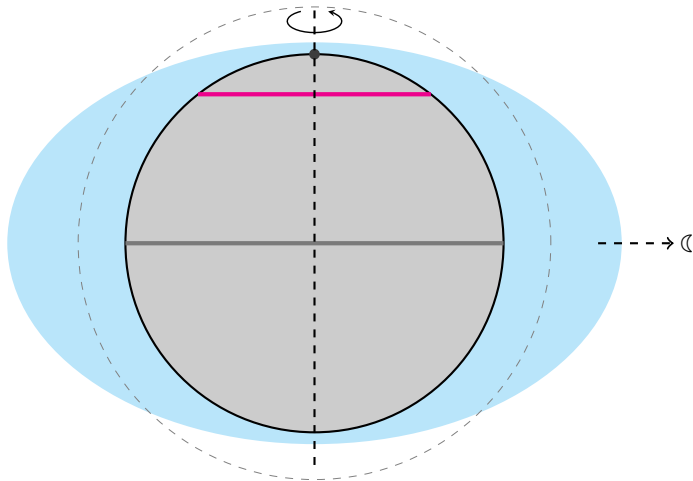
Typy plywów wg
Laplace'a

Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
plywowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie
Rozwiązanie



Stacyczna teoria
plywów

Typy plywów wg
Laplace'a

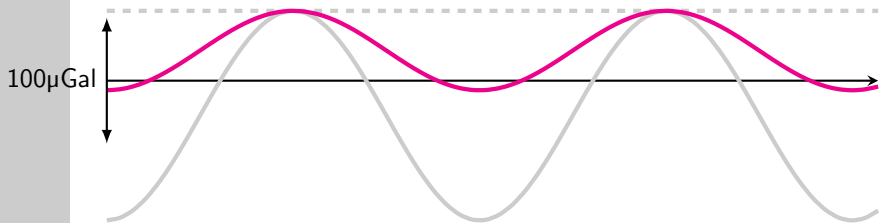
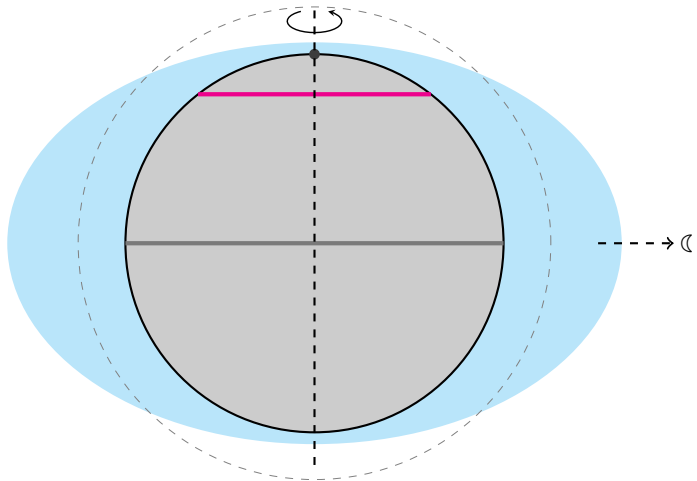
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
plywowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



Stacyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

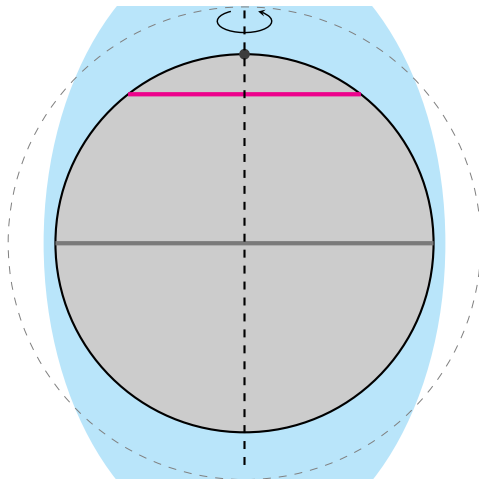
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



100 μ Gal



Stacyczna teoria
plywów

Typy plywów wg
Laplace'a

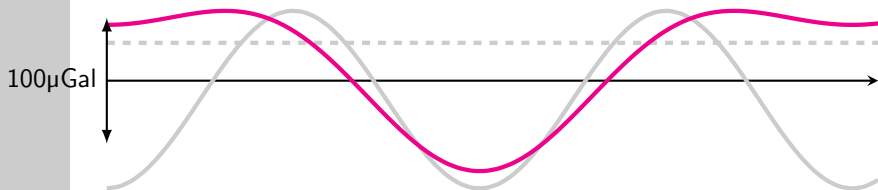
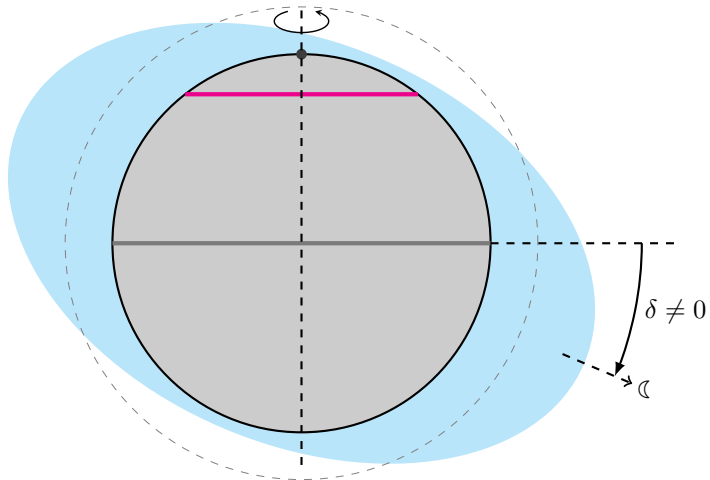
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
plywowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



Statyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

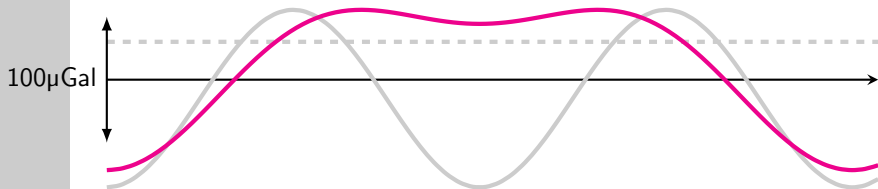
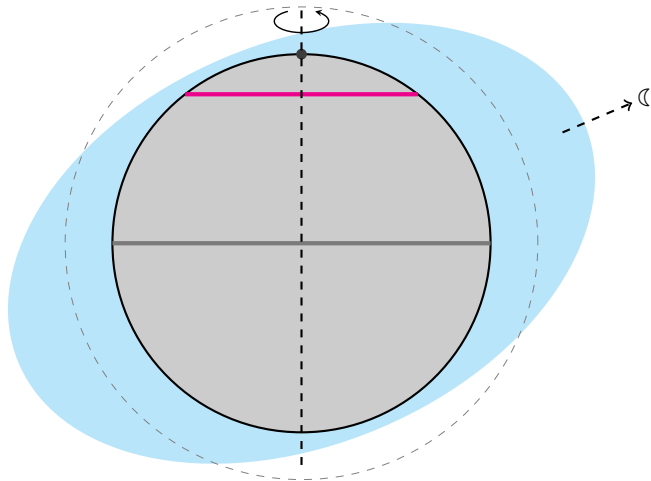
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



Stacyczna teoria
plywów

Typy plywów wg
Laplace'a

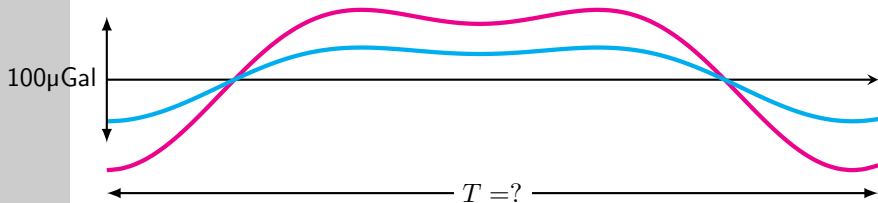
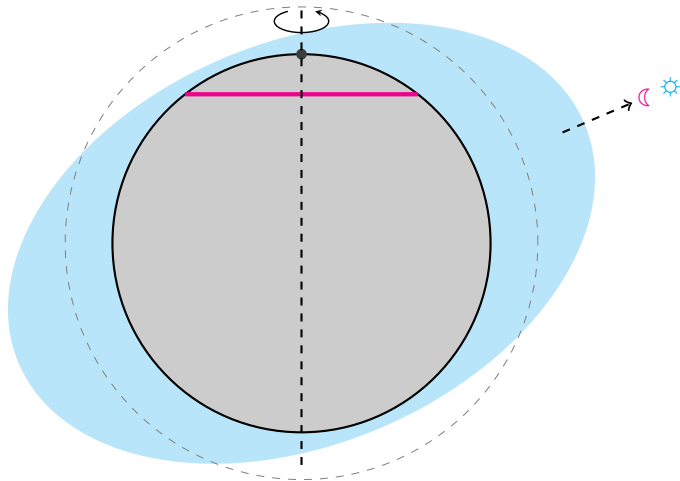
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
plywowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



Stacyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

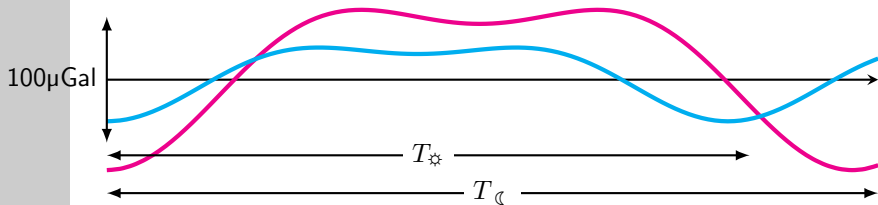
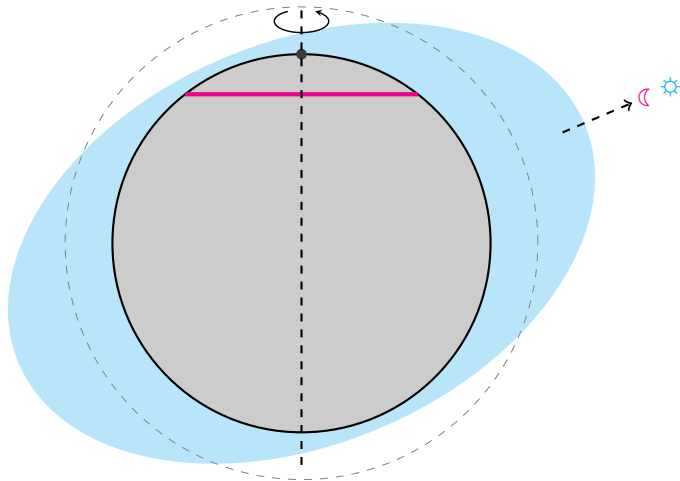
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



Stacyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

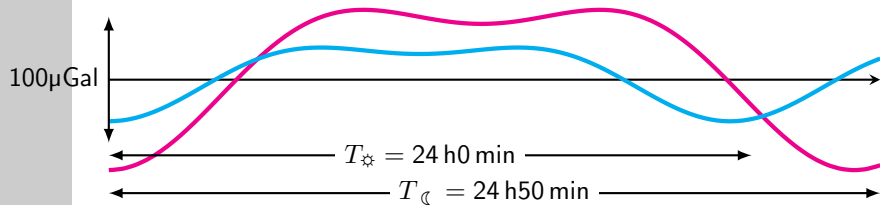
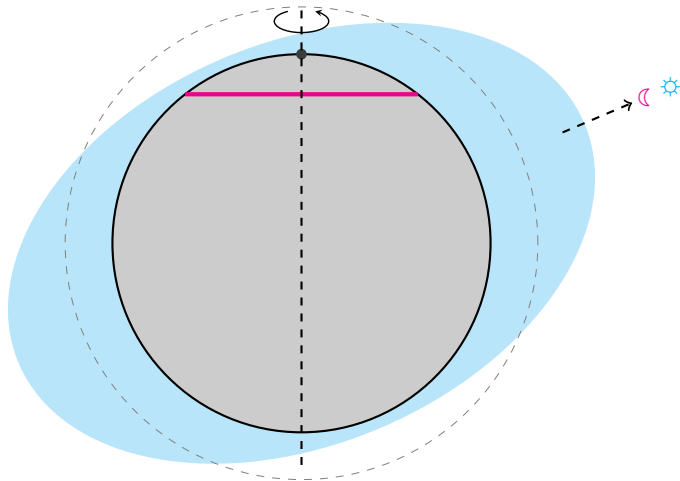
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



Statyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie
Rozwiązanie

Symbol	Okres	Pochodzenie
Pływy długookresowe		
M_0		Stały pływ księżycowy
S_0		Stały pływ słoneczny
S_a	365.25^d	Pływ eliptyczny S_0
S_{sa}	182.62^d	Pływ deklinacyjny S_0
M_m	27.55^d	Pływ eliptyczny M_0
M_f	13.66^d	Pływ deklinacyjny M_0
Pływy dobowe		
O_1	$25^h 49^m$	Główna fala księżycowa
P_1	$24^h 04^m$	Główna fala słoneczna
K_1	$23^h 56^m$	Fala deklinacyjna k-s
Pływy pół-dobowe		
N_2	$12^h 39^m$	Pływ eliptyczny M_2
M_2	$12^h 25^m$	Główna fala księżycowa
S_2	$12^h 00^m$	Główna fala słoneczna
Pływy ter-dobowe		
M_3	$8^h 17^m$	Główna fala księżycowa

... i wiele, wiele innych...

Stacyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

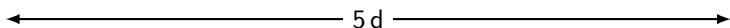
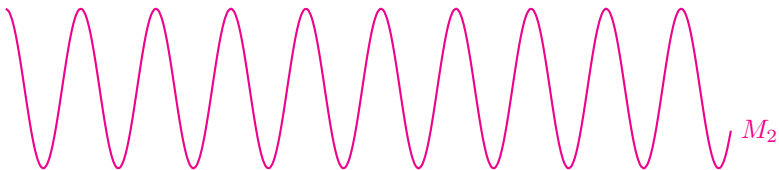
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

**Analiza
harmoniczna**

Ćwiczenie **100 μ Gal**

Rozwiązanie



Stacyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

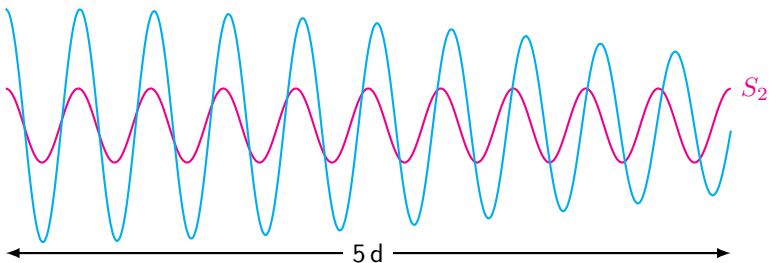
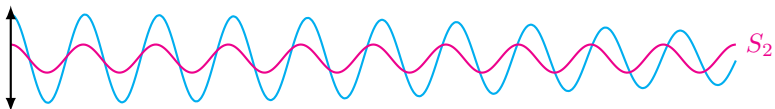
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie $100\mu\text{Gal}$

Rozwiązanie



Stacyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

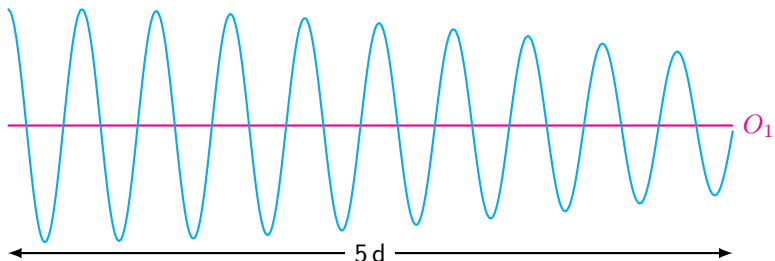
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie $100\mu\text{Gal}$

Rozwiązanie



Stacyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

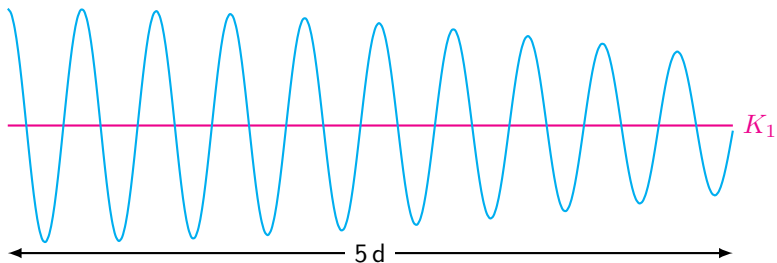
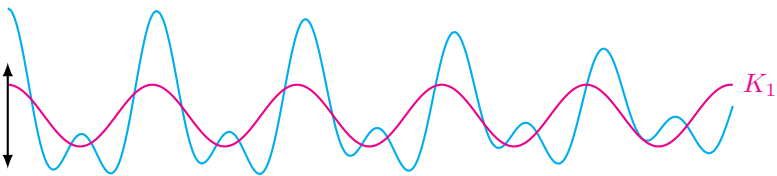
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie $100\mu\text{Gal}$

Rozwiązanie



Stacyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

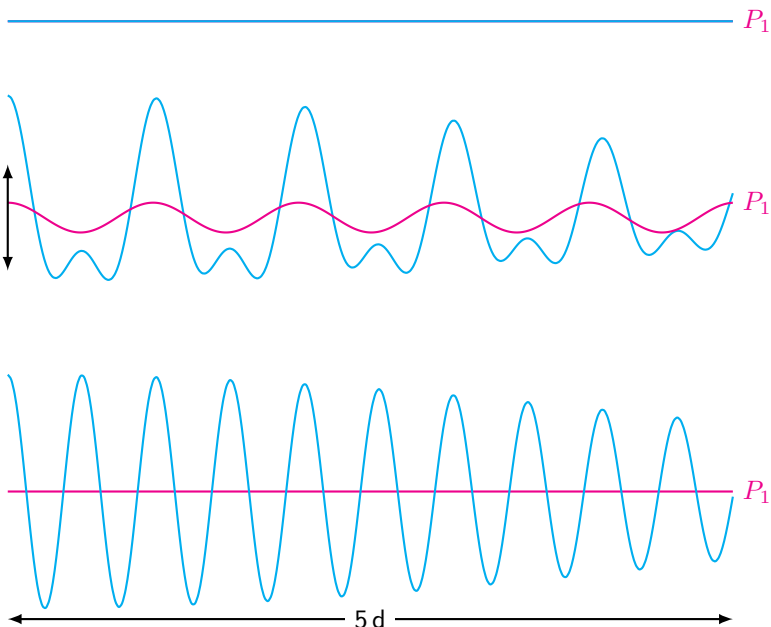
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie $100\mu\text{Gal}$

Rozwiązanie



Statyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

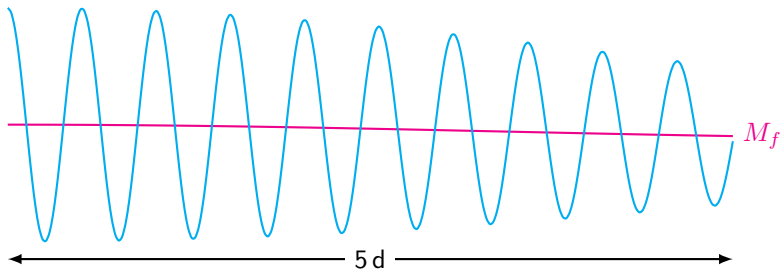
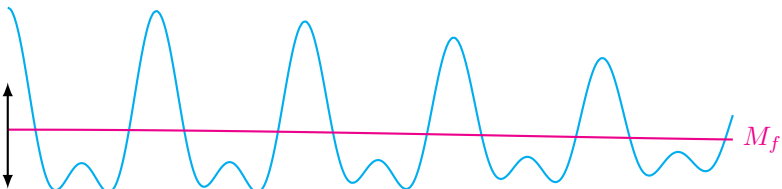
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie $100\mu\text{Gal}$

Rozwiązanie



Stacyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

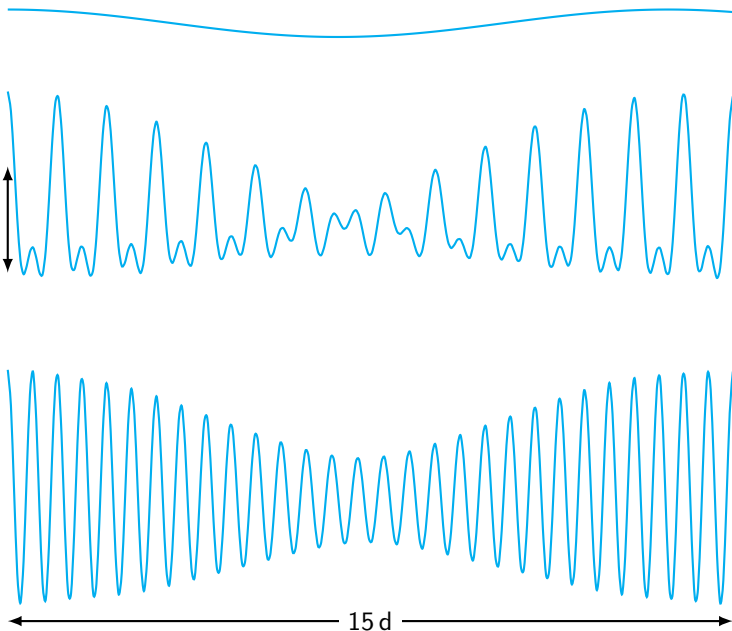
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie $100\mu\text{Gal}$

Rozwiązanie



Zadanie domowe

Ostatnia aktualizacja 24 listopada 2014

Należy przeprowadzić *analizę widmową* (zwaną też *analizą harmoniczną*, *analizą Fouriera*) dla danych grawimetrycznych z Józefosławia – grawimetr sprężynowy *LC&R ET26*. Proszę podać częstotliwości wyróżnionych fal i ich amplitudy. Proszę również zamieścić wykres z odpowiednio opisanymi osiami i wartościami.

Analiza widmowa pozwala znaleźć składowe harmoniczne (szereg sinusoid, ich *amplitudy* i *częstotliwości*) w analizowanym sygnale. Jest to nadzwyczaj użyteczna technika, nie tylko w pływach lecz w całej geodezji jak i w innych dziedzinach nauki i życia. Po szczegóły odsyłam do literatury i internetu. Krótko mówiąc transformacja i odwrotna transformacja Fouriera pozwalają na zmianę sygnału z dziedziny czasu na dziedzinę częstotliwości i odwrotnie.

Fragment danych przedstawiony jest poniżej – dane są podane w formacie yyyy mm dd hh mm ss g, co oznacza odpowiednio rok, miesiąc, dzień, godzinę, minutę i sekundę oraz wartość przyspieszenia siły ciężkości w nm s^{-2} .

Wykaz 1: Dane do zadania (przykładowy fragment)

2007	1	2	16	0	0	-1059.343
2007	1	2	17	0	0	-1374.666
2007	1	2	18	0	0	-1783.991
2007	1	2	19	0	0	-2227.802

Załączone dane są wolne od „dziur”. W przypadku szybkiej transformacji Fouriera nierównomierność próbkowania sygnału jest dużym problemem. Są sposoby, żeby z tym sobie radzić ale to jest poza tematem tego ćwiczenia. W każdym razie nie można stosować tych algorytmów dla nierównomiernie rozłożonych danych w dziedzinie częstotliwości. Z danych należy wybrać swój podzbiór określony datami (poniżej) w zależności od numeru na liście (numery podane są na stronie internetowej [www](#)).

Wykaz 2: Zestawy

Numer	0:	od	2007	1	2	16	0	do	2007	3	6	3	0
Numer	1:	od	2007	1	12	22	0	do	2007	3	16	9	0
Numer	2:	od	2007	1	23	4	0	do	2007	3	26	15	0
Numer	3:	od	2007	2	2	10	0	do	2007	4	5	21	0

Do obliczeń można wykorzystać istniejące oprogramowanie. Spośród wielu (bardzo wielu) możliwości można,

- wykorzystać Matlaba lub jego darmowy (!) odpowiednik (prawie odpowiednik) Octave'a

Na zachętę poniżej podaje przykładowy skrypt rozwiązujący zadanie w Octave'ie (linie komentarza zaczynają się od znaku %).

```
% Wczytanie danych z pliku do macierzy A
A = load ( "./zestawy/dane0.dat" );

% Ile pozycji jest w danych
L=length(A);

% Wykorzystanie wbudowanej funkcji fft.
% Szybka transformata fouriera wymaga,
% zeby liczba danych byla potega dwójki
% dlatego wykorzystujemy funkcje
% 'nextpow2' (patrz wyjasnienia w instrukcji Octave'a).
FFT=fft ( A(:,7) , 2^nextpow2(L) ) / L ;

% Czestotliwosc i amplituda
freq = 1/2 * linspace(0,1,2^nextpow2(L) / 2+1)';
ampl = 2 * abs( FFT( 1:2^nextpow2(L) / 2+1 ) );

% Mielismy dane godzinne a wyniki chcemy w cpd
freq = freq * 24;

% I zapis pliku wynikowego
PLIK=fopen ( 'wyniki.dat', 'w' );
for i=1:length(freq)
    fprintf ( PLIK, "%10.3f %10.3f\n", freq(i), ampl(i) )
end
```

Statyczna teoria
plywów

Typy plywów wg
Laplace'a

Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
plywowych

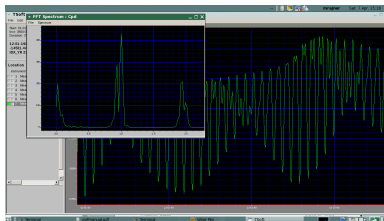
Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie

Zadanie

- wykorzystać Excela – jest możliwość przeprowadzenia analizy Fouriera w tym pakiecie – ale tutaj nic nie podpowiem gdyż sam tego nie robiłem. Z tego co wiem open office nie oferuje jeszcze takich obliczeń.
- wykorzystać program Tsoft
<http://seismologie.oma.be/TSOFT/tsoft.html>
Łatwe w użyciu oprogramowanie do analizy szeregów czasowych. Ma też moduł do obliczeń teoretycznych pływów ziemskich. Obszerna dokumentacja i pliki pomocy pozwolą Państwu na stosunkowo łatwe rozwiązanie problemu. Poniżej pokazany jest „zrzut ekranu” z programu Tsoft z rozwiązaniem dla zestawu nr 0.



- znaleźć sobie coś „pod siebie” – ogromny wybór.

Statyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

Rozwinięcie
Doodsona

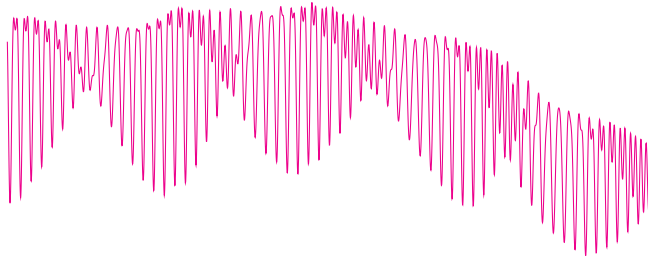
Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie

Rozwiązanie dla zestawu nr 0.



Zadanie

Stacyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

Rozwinięcie
Doodsona

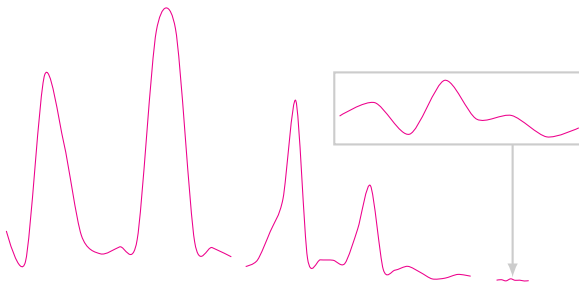
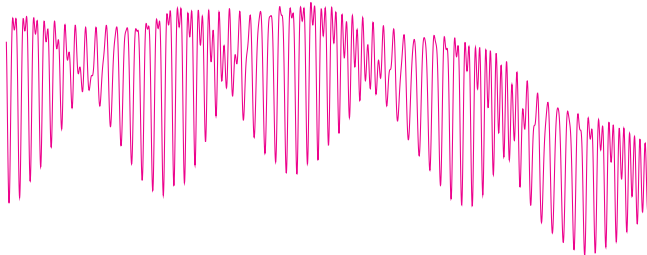
Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie

Rozwiązanie dla zestawu nr 0.



Zadanie

Statyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

Rozwinięcie
Doodsona

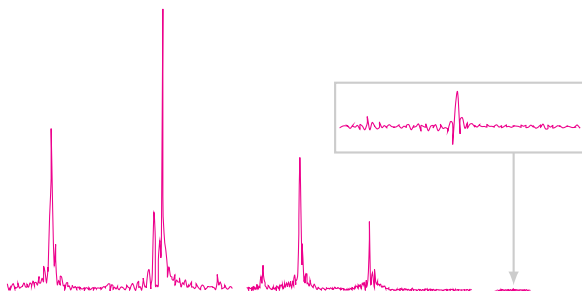
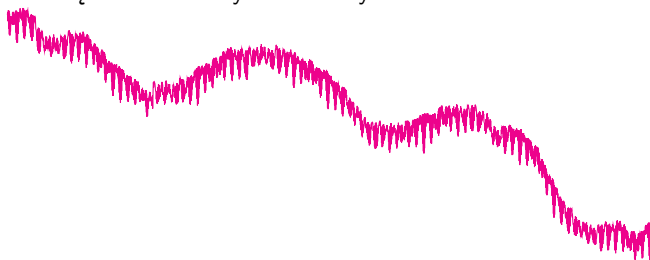
Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie

Rozwiązanie dla wszystkich danych.



Zadanie

I wystarczyłoby teraz z pliku lub wykresu (z małą dokładnością) odczytać częstotliwości i amplitudy głównych pików w widmie (*fal pływowych*). Można się również pokusić o ich nazwanie (katalog potencjału pływowego

<http://www.eas.slu.edu/GGP/ETERNA34/COMMDAT/HW95S.DAT>).

Rozdzielczość widma silnie zależy od liczby danych pomiarowych. Im dłuższy ciąg obserwacyjny, tym więcej szczegółów (tym samym różnych fal) możemy w widmie wyróżnić. Przykład widma z pełnego roku obserwacji znajdują państwo w „podlinkowanej” pracy [\[pdf\]](#).

Na koniec zwracam uwagę, że często przy analizie harmonicznnej wykorzystuje się *moc widmową*. W przypadku naszych danych jednostką mocy widmowej były by $(\text{nm}/\text{s}^2)^2/\text{Hz}$. W przypadku *widma amplitudowego* mamy wprost amplitudy fal pływowych – nm s^{-2} .

Powodzenia!

Stacyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

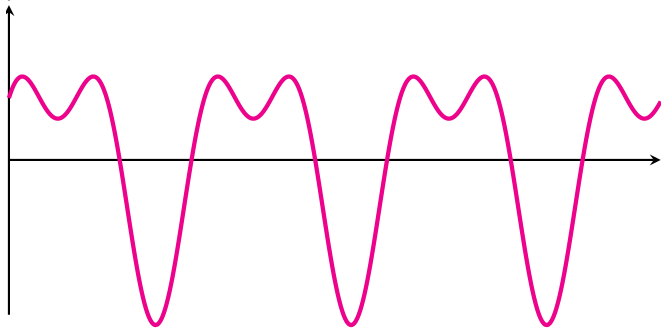
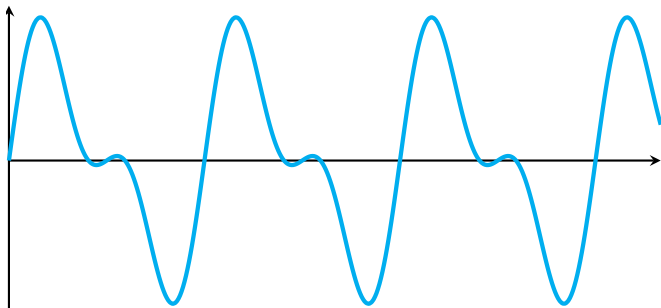
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



Zadanie*

Statyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

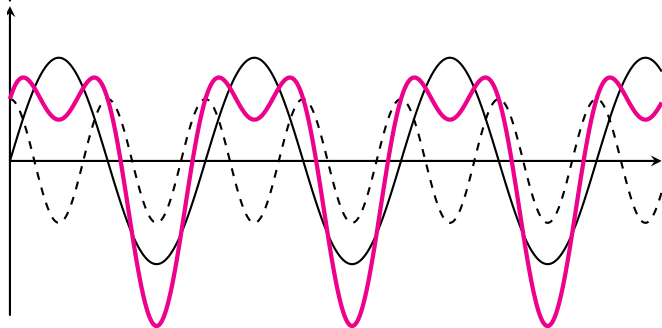
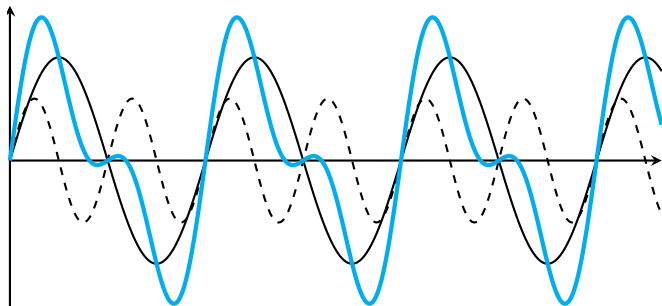
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



Zadanie*

Statyczna teoria
pływów

Typy pływów wg
Laplace'a

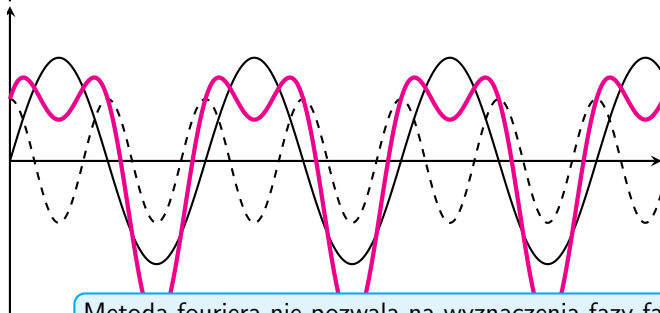
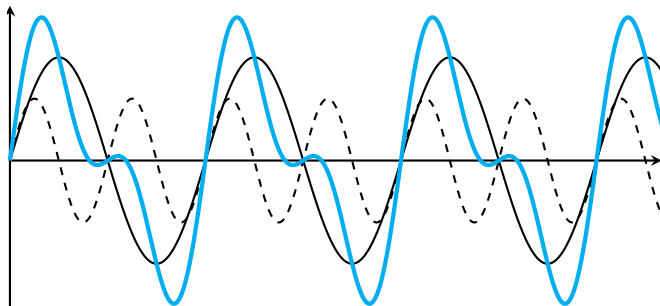
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
pływowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



Metoda fouriera nie pozwala na wyznaczenia fazy fali pływowej!
Rozwiązaniem jest Metoda Najmniejszych Kwadratów

Zadanie*

Stacyczna teoria
plywów

Typy plywów wg
Laplace'a

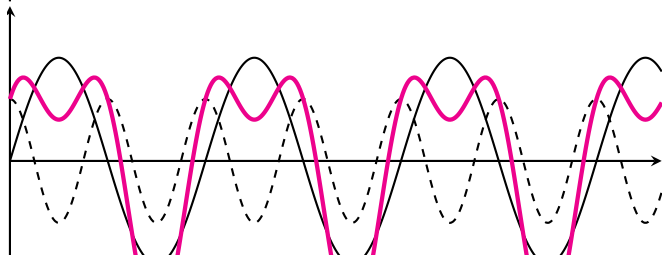
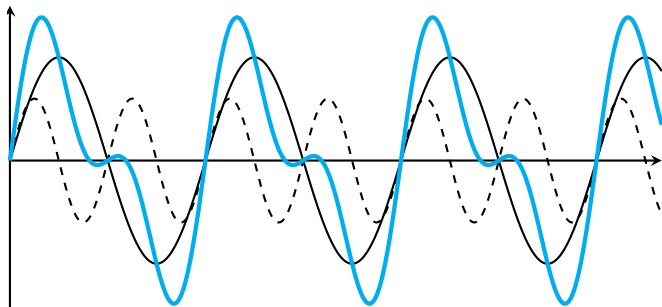
Rozwinięcie
Doodsona

Przykłady fal
plywowych

Analiza
harmoniczna

Ćwiczenie

Rozwiązanie



Zadanie dodatkowe - wyznaczyć fazy 3 fal o największej amplitudzie

Podpowiedź - równanie obserwacyjne: $y(t) = \sum_{i=1}^3 A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$

Zadanie*